

Årgång 02, 1918

Första häftet

Matematiska uppgifter

25. Ett tvåsiffrigt tals siffror äro a och b (b är enhetssiffran och jämn).
Giv ett generellt uttryck för halva talet med omkastade siffror.
(C. M.)
26. Giv ett för alla n gällande uttryck på n :te derivatan av $e^{-x} \cos x$.
27. Sök toppvinkeln i en rät cirkulär kon, som genom ett med basen parallellt snitt låter dela sig i två delar, lika såväl till volym som total begränsningsyta.
(S. P-n.)
28. På avståndet d från medelpunkten av en regulär oktaeder lägges ett plan parallellt med två motstående sidoytor. Sök skärningsfigurernas form och storlek.
(S. P-n.)
29. Visa att, om m är ett helt tal, så är $(3 + \sqrt{5})^m = A_m + B_m \sqrt{5}$, där A_m och B_m äro hela tal, av vilka A_m är det hela tal, som ligger närmast över $B_m \cdot \sqrt{5}$. Visa även, att det hela tal, som ligger närmast över $(3 + \sqrt{5})^m$ är divisibelt med 2^m .
30. Från en fyr A, belägen på 60° N. Lat., pejlas en annan fyr B rätt i Öster på 100 km. avstånd. I vilket väderstreck pejlas fyren A från B? Jorden anses vara en sfär med 40000 km. omkrets.
(M-r.)

Andra häftet

Matematiska uppgifter

31. Lös ekvationen $\tan x + \cot x = \tan 3x + \cot 3x + 4$.
(S. P-n.)
32. Upprita en triangel, då man känner längderna av höjden, bissektrisen och medianen från en vinkelspets.
(S. P-n.)
33. Om sidorna i en triangel bilda en aritmetisk serie, vars differens är d , och r och ρ äro de inskrivna och omskrivna cirkelrads radier, så är

$$d = \pm \sqrt{2r(\rho - 2r)}.$$

(S. P-n.)

34. I en likbent trubbvinklig triangel är höjden mot en av de lika stora sidorna dubbelt så stor som avståndet mellan den inskrivna och den omskrivna cirkelns medelpunkter. Beräkna triangelns vinklar. *(-dh-)*
35. I en likbent trubbvinklig triangel förhåller sig den minsta höjden till avståndet mellan den inskrivna och den omskrivna cirkelns medelpunkter som 5 : 8. Beräkna förhållandet mellan triangelns sidor. *(-dh-)*
36. Om två bissektriser i en triangel äro lika stora, så är triangeln likbent.

Tredje häftet

Matematiska uppgifter

37. I en likbent triangel är basvinkelns bissektris n gånger så stor som basen. Mellan vilka gränser måste n ligga? *(S. P-n.)*
38. Att i en given triangel inskriva en ellips med given brännpunkt. *(S. P-n.)*
39. En p -planing, begränsad av n -hörningar har alla sina hörn m -sidiga. Hur många diagonaler kunna dragas i densamma? Använd den erhållna formeln på de fem reguljära polyedrarna. *(-dh-)*
40. Produkten av alla hela positiva tal t.o.m. 1000 är ett tal som slutar med 249 nollor. *(R. S.)*
41. Två smeder började samtidigt hamra på var sitt städ. Den ena slår 12 slag på 7 minuter, den andra 17 slag på 9 minuter. När under den första halvtimmen är tidsintervallet mellan ett slag av den ena och ett slag av den andra minst? *(R. S.)*
42. Två tresiffriga tal bestå av samma siffror i motsatt ordning. Det mindre talet drages från det större, och till differensen adderas densamma med siffrorna i motsatt ordning. Bevisa, att den så erhållna summan blir 1089, under förutsättning att första och sista siffran i det ursprungliga talet ej äro lika. *(A. E. Kofoed.)*

Fjärde häftet

Matematiska och fysikaliska uppgifter

43. För alla positiva värden på a , b och c är $(a + b + c)^3 \geq 27abc$. (X.)
44. Finnas några punkter på hyperbeln $y^2 = x^2 + x + 1$, för vilka båda koordinaterna äro hela tal? (X.)
45. På hur många sätt kan en krona växlas i nu gällande svenskt kopparmynt? I hur många av dessa fall erhålles minst ett mynt av varje slag? (X.)
46. Från den omskrivna cirkelns medelpunkt i en triangel dragas normaler n_a , n_b och n_c mot sidorna a , b , c . Bevisa att $n_a + n_b \pm n_c = \rho + r$, då ρ och r äro den omskrivna och den inskrivna cirkelns radier. Det övre tecknet gäller om triangeln är spetsvinklig, det undre om vinkeln γ är trubbig. (E. Hj.)
47. Ett smalt knippe vitt ljus infaller vinkelrätt mot en sidoyta av ett prisma med 30° brytande vinkel. Det uppfångas på en skärm parallell med och på 50 cm avstånd från prismats andra sidoyta. Därstädes befinnes spektrum upptaga en längd av 4,95 cm. Sök prismats brytningsexponent för de yttersta violetta strålarna, när man vet att den för de yttersta röda är 1,60. (A. E. Kofod.)
48. I en järnvägs kupé, som framgår på en rät, horisontal bana, hänger en fritt rörlig pendel. Den befinner sig i vila i 60° vinkel från vertikalen. Vad vet man därigenom om tågets rörelse? (A. E. Kofod.)