

Årgång 1, 1917

Första häftet

Matematiska uppgifter

1. Om vinklarna i en triangel uppfylla

$$2\alpha + \beta - \gamma = 0$$

vilken relation finnes då mellan dess sidor

(Schotten u. Lietzmanns Zeitschr.)

2. Sök orten för spetsarna till trianglar på samma bas i vilka medianen från basens ena ändpunkt har en given storlek.

(Schotten u. Lietzmanns Zeitschr.)

3. I en tetraeder äro sidoytorna F_1 , F_2 , F_3 och F_4 . Genom den inskrivna sfärens medelpunkt läggas med dessa parallella plan, vilkas ytor äro T_1 , T_2 , T_3 och T_4 . Bevisa att

$$\sqrt{\frac{T_1}{F_1}} + \sqrt{\frac{T_2}{F_2}} + \sqrt{\frac{T_3}{F_3}} + \sqrt{\frac{T_4}{F_4}} = 3.$$

(Heegaards Tidskr. fr. Matem.)

4. Att uppripa en likbent triangel, då de inskrivna och omskrivna cirkelnas radier äro givna.
5. Om två kordor i en ellips skära varandra, så är förhållandet mellan rektanglarna av deras delar endast beroende av kordornas riktningar, men oberoende av skärningspunktens läge. (M-r.)
6. Sök orten i rymden för en punkt, vars avstånd från två varandra skärande linjer hava ett givet förhållande. (M-r.)

Andra häftet

Matematiska uppgifter

7. Två cirklar med medelpunkterna A och B och radien AB skära varandra i P och Q . En rät linje rör sig parallellt med centrallinjen och dess yttre skärningspunkter med cirklarna A och B äro resp. L och M . Bevisa att $\angle PAM$ alltid är $\frac{1}{3}$ av $\angle LAM$.

8. Ett fyrsiffrigt tal är en jämn kvadrat. Om varje siffra i talet ökas med 1 fås ett fyrsiffrigt tal, som också är en jämn kvadrat. Bestäm de båda talen.
9. AB är storaxel i en ellips och F endera brännpunkten. En rörlig tangent skär tangenterna i A och B i resp. C och D . Beräkna minimum av $\triangle CDF$.
10. Punkterna $A(4; 0)$ och $B(9; 0)$ äro givna. Från vilken punkt på y -axeln synes sträckan AB störst?
11. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{\frac{4}{3}} + (ax)^{\frac{2}{3}} - 2a^{\frac{1}{3}}x}{x^{\frac{4}{3}} + ax^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}}x - a^{\frac{4}{3}}}.$$

12. Fem fruar med var sin dotter besökte en butik för att köpa tyg. Var och en av de tio köpte lika många meter som hon betalade öre per meter. Varje fru köpte för 4,05 kr. mer än hennes dotter. Fru Andersson köpte för 2,88 kr. mer än fru Bengtsson, vilken använde ungefär $\frac{1}{4}$ av vad fru Carlberg gav ut, under det att fru Dahlberg använde mest penningar. Fru Ekberg köpte 63 m mera än Frida, en av flickorna, under det att av de övriga flickorna Greta köpte 48 m mer än Hilma och gav ut 29,12 kr. mer än Ida. Den femte flickans förnamn var Klara; vad hette hon i tillnamn?

Tredje häftet

Matematiska uppgifter

13. En triangel förstoras på sådant sätt, att genom A drages en normal mot AB , genom B en normal mot BC och genom C en normal mot CA . Dessa normaler bilda en triangel, likformig med ABC . Bevisa, att längdförstoringen är $= \cot \alpha + \cot \beta + \cot \gamma$.
14. En fyrhörning $ABCD$ och fyra längder a, b, c, d äro givna.

Linjen	AB	delas	i	förhållandet	$\frac{b}{a}$ i P
"	BC	"	"	"	$\frac{c}{b}$ i Q
"	CD	"	"	"	$\frac{d}{c}$ i R
"	DA	"	"	"	$\frac{a}{d}$ i S
"	AC	"	"	"	$\frac{c}{a}$ i T
"	BD	"	"	"	$\frac{d}{b}$ i V .

Visa att linjerna PR , QS och TV skära varandra i samma punkt, och sök de förhållanden i vilka de delas av denna punkt. ($M-r$.)

15. Var ligger felet i följande bevis?

I en cirkel med radien r och medelpunkten O ligger punkten P på avståndet a från O . Från P drages en linje m till periferin. Sök dess max. och min.

Låt cirkelns ekvation vara $x^2 + y^2 = r^2$ och P :s koordinater $(a; 0)$. Låt m råka cirkeln i punkten $(x; y)$. Då är $m^2 = (x-a)^2 + y^2$ och $y^2 = r^2 - x^2$, således $m^2 = (x-a)^2 + r^2 - x^2 = -2ax + a^2 + r^2$. Deriveras, så fås $\frac{d(m^2)}{dx} = -2a$. Således finnes intet max. eller min.

16. Två plan skära varandra i räta linjen AB under vinkeln ν . I det ena planet ligger vinkeln $BAC = \alpha$. Sök dess projektion på det andra planet. ($M-r$)**17. Sök vinklarna i en triangel, om triangelns ena median delas i tre lika delar av den inskrivna vinkelns periferi.** ($K-n$)**18. I en rätvinklig triangel delas medianen till ena kateten i tre lika delar av höjden och medianen till hypotenusan. Sök triangelns vinklar.** ($K-n$)**19. Från punkten $(2a; 0)$ är en tangent dragen till ellipsen $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$. Hur stor är ellipsens excentricitet, om denna tangents avstånd från medelpunkten är medelproportional mellan ellipsens axlar.**

Fjärde häftet

Fysikaliska uppgifter (av M-r)

20. På den ena skålen till en stor våg med 50 cm långa armar står en man med en käpp, motvägd av vikter på den andra skålen. Om mannen sträcker ut armen och rätt nedifrån trycker med 10 kg kraft på en punkt av balansen, belägen 40 cm från stödjepunkten, hur bör då belastningen på den andra skålen ändras för att jämvikt fortfarande må äga rum?

21. En antiballongkanons största skottvidd i horisontal led är a km. Hur högt behöver en flygare gå för att, utan att kunna träffas av kanonen, kunna nedsläppa en bomb på b km avstånd från den samma?

22. Om en solstråle, som framgår i kolsvavla, under $68,27^\circ$ infallsvinkel träffar en glasskiva, så är den reflekterade strålen ej längre vit, utan färgad; och om den undersökes med ett spektroskop, så befinnes spektrum bestå av en mörkare och en ljusare del, åtskilda av en

skarp gräns. Förklara detta, och beräkna härav glasets brytnings-exponent för den färg, där gränsen ligger, om den för kolsvavla är 1,631.

23. En stereoskopbild föreställande en pyramid består av två kvadrater om 2 cm sida, åtskilda av ett mellanrum av 2 cm. Den punkt som skall bilda pyramidens spets ligger på den vänstra 0,3 cm åt höger och på den högra lika mycket till vänster om medelpunkten. Bilderna betraktas av en person med 7 cm ögonavstånd och 30 cm synvidd. Sök den erhållna pyramidens höjd och baskant, dels då ögonen riktas mot en punkt framför, dels då ögonen konvergera mot en punkt bakom stereoskopbilden, om i båda fallen pyramidens bas skall falla på avståndet för tydliga seendet.
24. Om en kopparträdsyta av 1 cm^2 utstrålar $0,125 \text{ mgkal/sek}$ vid 1°C temperaturöverskott över omgivningen, hur fin får då en koppartråd av 100 ohm mostånd vara, för att dess temperatur, då den inkopplas mellan två klämskruvar av 220 Volt potentialdifferens ej må stiga mer än 100°C över omgivningen?
Kopparns sp. ledningsmotstånd 0,017, Jouleska ekvivalenten 0,24. Newtons avsvalningslag antages gälla.