Årgång 15, 1932

Första häftet

484. Man har två lika stora volymer V av två vätskor med specifik vikt e' och e''. Man tar av den första en viss mängd $v < V$ och slår i den andra. Därpå tar man av denna blandning mängden v och slår i den första vätskan. Denna operation upprepas n gånger. Huru stora är då de båda vätskornas specifika vikter, om man får antaga, att vätskorna blandas utan kontraktion. *(S. Wigert.)*

485. En sfär går genom ett av hörnen O till en parallellepiped med diagonalen OF. Sfären skär de från O utgående kantlinjerna OA, OB och OC i A_1, B_1 och C_1 resp. samt OF i F_1.Visa, att

$$OF \cdot OF_1 = OA \cdot OA_1 + OB \cdot OB_1 + OC \cdot OC_1.$$

486. En given cirkel har sin medelpunkt på axeln till en medelst topp och brännpunkt definierad parabel. Konstruera kurvornas skärningspunkter. *(X.)*

Enklare matematiska uppgifter

487. Om i ett fyrsiffrigt tal, som är en jämn kvadrat, varje siffra ökas med 3, så erhålles ett annat fyrsiffrigt tal, som även är en jämn kvadrat. Vilka äro de båda fyrsiffriga talen?
(Svar: 1156 och 4489)

488. I en rätviklig parallellepiped med kanterna a, b, c lägges ett plan på sådant sätt, att det går genom mittpunkterna av två från ett hörn utgående kantlinjer samt genom parallellepipedens centrum. Beräkna storleken av den snittyta, som uppkommer genom nämnda plans skärning med parallellepipeden.
(Svar: $\frac{3}{4}\sqrt{a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2}$)

489. En kon har sin spets i medelpunkten av en sfär. Konens höjd är lika med sfärens radie, och dess basyta är lika med sfärens yta. Hur stor del av sfärens volym ligger utanför konen?
(Svar: $\frac{5+\sqrt{5}}{10}$)

490. Genom en kantlinje (= a) i en oktaeder lägges ett plan vinkelrätt mot en av de motstående sidoytorna. Ett annat plan lägges på analogt sätt parallellt med det föregående planet. Beräkna volymen av den del av oktaedern, som ligger mellan de parallella planen.
(Svar: $\frac{7a^3\sqrt{2}}{27}$)

491. I en regelbunden oktaeder inskrives en rät, stympad kon, vars axel faller längs en av oktaederns diagonaler, och vars basytor ha ett konstant förhållande. Beräkna den höjd konen skall ha, för att dess volym skall bli så stor som möjligt.

(Svar: Höjden bör vara $\frac{1}{3}$ av oktaederns diagonal, vilken storlek det konstanta förhållandet än må ha. Uppgiften kan tydligen generaliseras; oktaedern kan utbytas mot en dubbelpyramid, bildad av två lika, räta pyramider, vilkas gemensamma basyta är en regelbunden månghörning)

492. Lös ekvationen $\cos 6x = \cos^6 x$.

(Svar: $x_1 = n \cdot 180°$; $x_2 = \pm 75{,}00° + n \cdot 180°$; $x_3 = \pm 46{,}07° + n \cdot 180°$)

493. Lös ekvationen $\sin 3x = 4 \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 4x$.

(Svar: $x_1 = n \cdot 180°$; $x_2 = \pm 20° + n \cdot 60°$)

494. En cirkel tangerar de lika långa sidorna i en likbent triangel i deras mittpunkter. Beräkna toppvinkeln, om $\frac{1}{3}$ av cirkelns omkrets ligger utanför triangeln.

(Svar: 72,76°)

495. Kordorna AB och AC i en cirkel bilda en vinkel, vars cosinus är $\frac{1}{3}$. Deras sammanlagda längd är 6 cm. Beräkna längden av den korda AD, som delar vinkeln BAC mitt itu.

(Svar: $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ cm)

496. Uppdela $1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma$ i faktorer och angiv – i form av relationer mellan vinklarna α, β och γ – villkoren för uttryckets försvinnande.

(Svar: $\alpha \pm \beta \pm \gamma = n \cdot 360°$)

497. Det finnes (4) oändliga geometriska serier, i vilka de tre första termerna äro $\tan x$, $\tan 2x$, $\tan 3x$ i nu nämnd ordning. Beräkna kvoten och första termen i varje sådan serie.

(Svar: Kvoterna äro $\pm(\sqrt{2} \pm 1)$; första termen i varje serie är inverterade värdet av resp. kvot)

498. Lös ekvationen $x^{\log x} = 10^{(10^{\log x})} \cdot 10^{1-x}$.

(Svar: $x_1 = 10$; $x_2 = 0,1$)

499. I en rätvinklig triangel (hypotenusan $= a$) är omkretsen lika många meter som ytan är kvadratmeter. Visa, att kateternas summa är $= 4 + a$ meter.

500. I en rätvinklig triangel är $p = 6r$. Bestäm förhållandet mellan sidorna.

(Svar: $3 : 4 : 5$)

501. Ekvationen $x^2 - px + p - 1 = 0$ är given. Mätetalen till en triangels sidor är $r_1^2 + r_2^2$; $r_1^2 - r_2^2$ och $2r_1 r_2$, där r_1 och r_2 äro rötterna. Bestäm triangelns största vinkel.

(Svar: 90°)

502. En cirkel är omskriven kring en rätvinklig triangel. Om den räta vinkelns spets förenas med mittpunkterna av hypotenusans halvcirkelbågar, så är förhållandet mellan dessa föreningslinjer $= (b+c) : (b-c)$, där b och c äro kateterna.

503. I triangeln ABC förlänger man AB till punkten F så, att $BF = BC$ och BA till punkten D så, att $AD = AC$. Trianglarna DFC och ABC befinnas vara likformiga. Beräkna förhållandet mellan trianglarnas ytor.

(Svar: 5,049)

504. Skillnaden mellan två vinklar i en triangel är 90°, och den mellanliggande sidan är $\frac{1}{6}$ av triangelns omkrets. Beräkna triangelns vinklar och sidornas förhållande.

(Svar: 16,28°; 30,86°; 126,86°. Sidorna förhålla sig som $7 : 15 : 20$)

505. Givet: en punkt P, en vinkel α, två parallella linjer L och M och en kvadrat. Att genom P draga två räta linjer, som med varandra bilda vinkeln α, och vilka skära L och M så, att en paralleltrapets uppkommer vars yta är lika med kvadratens.

506. Från den ena brännpunkten i en ellips drages en normal mot en diameter. Sök orten för skärningspunkten mellan dennas konjugatdiameter och nyssnämnda normal.

(Svar: Resp. styrlinjer)

507. F_1 och F_2 äro brännpunkterna til en ellips med excentriciteten e, P en punkt på ellipsen på avståndet h från storaxeln; r är radien till den i triangeln FPF_1 inskrivna cirkeln. Bevisa $r = \dfrac{he}{1+e}$.

508. ABC är en liksidig triangel med 12 cm sida och E en punkt på BC. Beräkna längden av AE, då man vet, att den del av denna sträcka, som utgör korda i den i ABC inskrivna cirkeln är 5 cm.

(Svar: $11\frac{1}{13}$ cm)

509. I en likbent triangel ABC ($AB = AC$) tangerar en och samma cirkel basen BC i punkten C och sidan AB i dess mittpunkt. Beräkna cirkelns radie, om $BC = a$.

(Svar: $a\sqrt{0,6}$)

510. En triangel ABC, där $AB = AC$, är omskriven kring en kvadrat så, att två av kvadratens hörn falla på sidan AC och de båda andra hörnen på var sin av sidorna AB och BC. Beräkna vinkeln A, då man vet, att triangelns yta är tre gånger kvadratens.

(Svar: 15,55°)

511. En rektangulär tunn skiva $ABCD$, där $AB = a$ och $BC = b$, vikes längs diagonalen BD så, att de båda planen ABD och CDB bilda rät vinkel med varandra. a) Huru stort är nu avståndet mellan hörnpunkterna A och C? b) Den böjda skivan ställes så, att kanterna AB och BC vila på ett horisontellt bord. Hur högt över bordet befinner sig hörnpunkten D?

(Svar: a) $\sqrt{\frac{a^4+b^4}{a^2+b^2}}$, b) $ab \cdot \sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^4+b^4+a^2b^2}}$)

512. I en triangel är två höjder lika stora. På vardera av dessa som diameter har man uppritat en cirkel. De så erhållna cirklarna befinnas tangera varandra. Beräkna triangelns vinklar.

(Svar: 38,17°; 38,17°; 103,66°)

Andra häftet

513. Lös ekvationen $4\tan x + 3\cos x = 5$. *(A. H. P.)*

514. Halvcirkelbågen $ABCD$ delas i tre lika delar av punkterna B och C. Att konstruera punkten P på bågen AB, Q på BC och R på CD så, att polygonen $APBQCRD$ vid rotation omkring AD alstrar en kropp med största möjliga volym. *(X.)*

515. Att konstruera en korda AB i en given cirkel så, att följande figur kan uppritas. Om S betecknar det större av de två segment, som AB bestämmer, skola först två sinsemellan lika, med S likformiga segment (S_1 och S_2) placeras så, att deras kordor AD och EB utgöra delar av AB och deras bågar tangera varandra. Alla tre ligga på samma sida om AB. Uppritas sedan på DE som korda ett fjärde segment, likformigt med de föregående, men beläget åt motsatt håll, kommer dess båge att tangera den givna cirkeln. *(X.)*

Enklare matematiska uppgifter

516. I en triangel äro två höjder lika stora. På den tredje höjden som diameter uppritas en cirkel. Denna befinnes tangera de båda förstnämnda höjderna. Beräkna triangelns vinklar.

(Svar: 41,81°; 41,81°; 96,38°)

517. Beräkna vinklarna i en likbent triangel, där den omskrivna cirkeln a) delar två av triangelns höjder mitt itu, b) tangerar två av triangelns höjder.

(Svar: a) 35,26°; 35,26°; 109,47°. b) 30°; 30°; 120°)

518. I en triangel tangerar den omskrivna cirkeln en av höjderna och skär en annan mitt itu. Beräkna triangelns sidor.
(Svar: 24,10°; 41,80°; 114,10°)

519. I en triangel ABC är $BC = 10\,\text{cm}$ och höjden mot $AC = 6\,\text{cm}$. På denna höjd som diameter uppritas en cirkel, Beräkna triangelns vinklar, om denna cirkel tangerar a) höjden mot BC, b) medianen från A, c) bissektrisen till A.

(Svar:
a) $A = 104{,}04°$; $B = 39{,}09°$; $C = 36{,}87°$.
b) $A = 102{,}72°$; $B = 40{,}41°$; $C = 36{,}87°$.
c) $A = 103{,}66°$; $B = 39{,}47°$; $C = 36{,}87°$.
)

520. Konstruera en cirkel, som tangerar två givna cirklar samt en av cirklarnas gemensamma yttre tangenter.

521. Lös ekvationen $\tan\dfrac{v}{2} + 2\cot 2v = 0$.
(Svar: $\pm 51{,}83° + n \cdot 360°$)

522. Lös ekvationen $\log 3 + \log(2+7^x) = \log 189 - x\log 7$.
(Svar: $x = 1$)

523. Lös ekvationen $2\tan x + \dfrac{1}{\tan 2x} + \dfrac{1}{\sin 2x} = 3$.
(Svar: $x = 26{,}56° + n \cdot 180°$)

524. $ABCD$ är en kvadrat. Bestäm läget av en punkt P på AC så, att summan av PA, PB och PD är ett minimum.
(Svar: $\wedge ABP = 15°$)

525. Från en hamn avgå samtidigt en seglare med 5 knops fart och en ångare med 20 knops fart i rakt ostlig riktning. När synes avståndet mellan båtarna störst från en ort, belägen i rätt nordlig riktning på 10 sjömils avstånd från hamnen?
(Svar: Efter en timme)

526. En halvcirkels diameter är AB och medelpunkt O. Genom A och O dragas parallella linjer, som råka periferin i P och Q resp. Bestäm $\wedge PAO$ så, att den yta, som begränsas av linjerna PA, AO och OQ samt bågen PQ blir ett maximum.
(Svar: 60°)

527. ABC är en vid A rätvinklig triangel. En transversal genom C skär AB i P och medianen från B i Q. För vilket läge av P blir ytan av $\triangle APQ$ ett maximum?
(Svar: $AP : AB = 2 - \sqrt{2}$)

528. På kateterna i en egyptisk triangel uppritas kvadrater utåt. Figuren roterar ett varv runt hypotenusan. Beräkna rotationskroppens volym.
(Svar: 137π)

529. Uppdela i två faktorer $2^{4n+2}+1$.
(Svar: $(2^{2n+1}+2^{n+1}+1)(2^{2n+1}-2^{n+1}+1)$)

530. Uppdela i tre faktorer $3^{3(2n-1)}+1$.
(Svar: $(3^{2n-1}+1)(3^{2n-1}+3^{n}+1)(3^{2n-1}-3^{n}+1)$)

531. Giv ekvationen för en cirkel, som går genom linjens $x+y=2$ skärningspunkter med cirkeln $x^2+y^2=16$ och därjämte tangerar linjen $x-y+8=0$.
(Svar: $x^2+y^2+4x+4y=24$ och $x^2+y^2-8x-8y=0$)

532. Normalen i parameterns ändpunkt till parabeln $y^2=4x$ är även normal till $x^2+2ny^2=2$. Beräkna härav värdet på n.
(Svar: $n_1=-1$; $n_2=\frac{1}{14}$)

533. I en triangel är $h_a=4\,\text{cm}$, $h_b=12\,\text{cm}$ och $m_c=2\sqrt{10}$ cm. Beräkna a och b.
(Svar: a och b äro resp. 15 cm och 5 cm eller 12 cm och 4 cm)

534. Under vilken vinkel skär den kring en liksidig triangel omskrivna cirkeln en av de vidskrivna cirklarna?
(Svar: 75,52°)

535. I en triangel är en bissektris lika med och vinkelrät mot en median. Bestäm triangelns vinklar.
(Svar: 29,75°; 67,38°; 82,87°)

Tredje häftet

536. I en cirkel O inskrives ett parallelltrapets $ABCD$, där $AB=BC=CD$. OC skär AD i H. F är fotpunkten på AD av höjden från C. AD delas i punkten I så, att $AI=2\cdot ID$. Visa, att $HI=2\cdot IF$.
(Victor Dorph.)

537. AB är diameter i en given halvcirkel, P en variabel punkt på AB. Man uppritar på AP och PB som diametrar halvcirkelbågar åt samma håll som den givna. Visa, att den cirkel C, som tangerar dessa tre bågar, ständigt tangerar en annan fix cirkelbåge AB (utom den givna) och beräkna gradtalet för denna båge. *(X.)*

538. Ett antal av 2^n kort, varav hälften äro markerade med en etta och hälften med en nolla, utläggas så, att efter varje utlagt kort (räknat från och med det första) nästa kort placeras sist i talongen, varefter följande kort utlägges o.s.v. Hur böra ettor och nollor fördelas för att utläggningen skall ge resultatet 101010...? *(S. Wigert.)*

Enklare matematiska uppgifter

539. En rätvinklig triangel delas i två deltrianglar medelst höjden mot hypotenusan. Bevisa, att denna höjd är = summan av radierna i de tre trianglarnas inskrivna cirklar.

540. I en triangel äro a och h_a givna. Bissektrisen v_a är medelproportional till de delar, i vilka den delar sidan a. Uttryck v_a i a och h_a.

(Svar: $8v_a^2 = a^2 + 4h_a^2$)

541. Två kongruenta och koncentriska reguljära n-hörningar uppritas så, att den ena övergår i den andra, om den vrides vinkeln α, som kan antagas $< \dfrac{2\pi}{n}$. Visa, att den del av den förstnämnda polygonens yta, som ligger utanför den andra, utgör bråkdelen $\tan\dfrac{\alpha}{2}\cdot\tan\left(\dfrac{\pi}{n}-\dfrac{\alpha}{2}\right)$ av polygonens hela yta.

542. I en triangel är $a = 4\,\text{cm}$, $b - c = 1\,\text{cm}$ och $h_b + h_c = 7\,\text{cm}$.Beräkna vinklarna β och γ.

(Svar: $\beta = 76{,}87°$; $\gamma = 50{,}93°$)

543. M är mittpunkten på höjden från A i en regelbunden tetraeder $ABCD$. Visa, att planen genom M och kantlinjerna BC, CD och DB bilda ett trirektangulärt hörn.

544. De fyra sidoytorna i en tetraeder med ett trirektangulärt hörn bilda i lämplig ordningsföljd en aritmetisk serie. Beräkna de spetsiga kantvinklarna.

(Svar: 39,33°; 56,85°; 71,31°)

545. En regelbunden tetraeder $ABCD$ har ett hörn i $A\,(4;\,0)$, ett andra i $B\,(-4;\,0)$ och ett tredje i C på positiva y-axeln. Sök kortaste vägen på tetraederns yta från (0; 5) till den punkt (i ytan DAB), som har projektionen (2; 1) i xy-planet.

(Svar: $\sqrt{40}$)

546. Tangenter dragas till två cirklar från en godtycklig punkt på deras radikalaxel. Visa, att tangentkordorna råkas på radikalaxeln.

547. Från en punkt P på positiva y-axeln dragas de tangenter PT_1 och PT_2 till cirklarna $x^2 + y^2 + 2x = 0$ och $x^2 + y^2 + 8x = 0$, vilka icke sammanfalla med y-axeln. Bestäm P så, att $\wedge\, T_1PT_2$ blir den största möjliga.

(Svar: P:s koordinater äro (0; 2))

548. Från punkten P dragas tangenterna PA och PB till cirkeln $x^2 + y^2 - 2x = 3$. Då kontaktpunkterna A och B förenas med origo O, blir $\wedge\, AOB = 90°$. Visa, att P ligger på cirkeln $3x^2 + 3y^2 - 14x = 21$.

549. Bestäm koefficienterna a, b och c i funktionen

$$y = (ax^2 + bx + c)(x^2 + 1)^{4/3},$$

om $y' = x^3(x^2 + 1)^{1/3}$.
(Svar: $a = \frac{3}{14}$; $b = 0$; $c = -\frac{9}{56}$)

550. Giv ekvationen för den räta linje, som jämte linjerna $x + y = 1$ och $2x - 3y = 1$ avgränsar en triangel med tyngdpunkten i origo.
(Svar: $3x - 2y = -1$)

Fjärde häftet

551. Tre lika cirklar tangera varandra två och två samt dessutom alla en fjärde cirkel. Från en godtycklig punkt på den sistnämnda cirkelns periferi dragas tangenterna PT_1, PT_2 och PT_3 till var och en av de övriga cirklarna. Visa, att en av dessa tangenter (mätt från P till kontaktpunkten) alltid är lika med summan av de båda andra.

(X.)

552. Till en ellips läggas två parallella tangenter och från brännpunkterna normaler mot dessa. Bestäm maximum av den så bildade rektangelns yta.

553. En pyramid begränsas av fyra trianglar (tetraeder). Om r betyder den inskrivna sfärens radie, r_1, r_2, r_3 och r_4 de vidskrivna sfärernas radier, så är

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4}.$$

Enklare matematiska uppgifter

554. Ekvationen $277x^2 - 772x + 277 = 0$ har rötterna x_1 och x_2. Skriv upp den ekvation, som har rötterna $\dfrac{x_1 + 1}{x_1 - 1}$ och $\dfrac{x_2 + 1}{x_2 - 1}$, utan att lösa den givna ekvationen.
(Svar: $109x^2 - 663 = 0$)

555. Förenkla uttrycket

$$\frac{(x-1)^4 + (x-1)^2 + 1}{x^2 - x + 1}.$$

(Svar: $x^2 - 3x + 3$)

556. I $\triangle ABC$ är $\wedge C = 90°$. Bissektriserna till $\wedge A$ och dess sidovinkel råka BC och dess förlängning i P och Q resp. Om $PC : CQ = 1 : 4$, beräkna $AB : BC$.
(Svar: $5 : 4$)

557. Lös systemet

$$\left.\begin{aligned} x - ay + a^2 z &= a^3 \\ x - by + b^2 z &= b^3 \\ x - cy + c^2 z &= c^2 \end{aligned}\right\}$$

(Svar: $\left.\begin{aligned} x &= abc \\ y &= ab + ac + bc \\ z &= a + b + c \end{aligned}\right\}$)

558. Omkretsen av en likbent triangel är 30 cm. Bissektrisen till ena basvinkeln skär motstående sida 2 cm från dess mittpunkt. Beräkna triangelns yta.
(Svar: $9\sqrt{15}$ cm^2)

559. Höjden i en liksidig triangel ABC är 3 cm. Från A till punkten P på motstående sida drages en linje, som delar omkretsen av den inskrivna cirkeln i förhållandet $1 : 2$. Beräkna AP.
(Svar: $\sqrt{9,6}$ cm)

560. Upplös $(1 + x + x^2 + \cdots + x^n)^2 - x^n$ i två faktorer, vilka båda äro polynomer; n är ett helt tal > 1.
(Svar: $(1 + x + x^2 + \cdots + x^{n+1})(1 + x + x^2 + \cdots + x^{n-1})$)

561. a betecknar ett helt positivt tal > 1. Man bildar summan

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \ldots$$

av sådana bråk $\frac{1}{a}$, som kunna förvandlas till avslutade decimalbråk. Beräkna summans gränsvärde.
(Svar: $1,5$)

562. En cirkel O och en punkt P äro givna. Att i cirkeln inskriva en likbent triangel så, att av de lika sidorna den ena går genom P och den andra är parallell med PO.

563. Lös ekvationen

$$\frac{b}{bx+1} + \frac{2}{a-x} = \frac{1}{a} + 2b.$$

(Svar: $x_1 = a - \frac{1}{b}$; $x_2 = -\frac{a}{2ab+1}$. Sammanför termer och upplös i faktorer)

564. I en rätvinklig triangel är den ena kateten dubbelt så stor som den inskrivna cirkelns diameter. Den andra kateten är 2 dm. Beräkna hypotenusan.
(Svar: $3\frac{1}{3}$ dm)

565. Beräkna vinklarna i en likbent triangel, vars yta delas mitt itu av en med basen parallell diameter i den a) omskrivna cirkeln, b) inskrivna cirkeln.
(Svar: Toppvinkeln i den förra = basvinkeln i den senare = 65,53°)

566. På en av de lika sidorna i en likbent triangel ritas a) utåt, b) inåt en kvadrat kring vilken en cirkel omskrives. En av triangelns övriga sidor delas mitt itu av denna. Beräkna triangelns toppvinkel.
(Svar: a) 24,30°; b) 114,30°. Ersättes kvadraten av t. ex. en liksidig triangel, erhålles 34,34° resp. 94,34°)

567. På en sida i en triangel ritas utåt en kvadrat. Den kring kvadraten omskrivna cirkeln delar triangelns båda andra sidor mitt itu. Beräkna triangelns vinklar.
(Svar: 32,85°; 32,85°; 114,30°)

568. En triangel delas mitt itu av en mittpunktsnormal till en av sidorna och i förhållandet 1 : 2 av mittpunktsnormalen till en av de andra sidorna. Beräkna vinklarna.
(Svar: Triangeln är likbent; toppvinkeln är 41,41° eller 75,52°)

569. I en likbent triangel är basen medelproportional till omskrivna cirkelns radie och den inskrivna cirkelns diameter. Beräkna vinklarna.
(Svar: 23,90°; 78,05°; 78,05°)

570. I en triangel är den omskrivna cirkelns radie fjärde proportional till triangelns sidor, och den omskrivna cirkelns radie är $\frac{1}{18}$ av triangelns omkrets. Visa, att sidorna bilda aritmetisk serie och beräkna triangelns vinklar.
(Svar: 20,80°; 36,87°; 122,33°)

571. I en triangel bilda sidorna a, b och c aritmetisk serie. Medianen m_b är medelproportional till a och c. Beräkna triangelns yta, då dess omkrets är 12 dm.
(Svar: $2\sqrt{6} = 4{,}899\,\text{dm}^2$)

572. I en triangel är medianen från en sidas mittpunkt medelproportional till de båda andra sidorna och dessutom vinkelrät mot en av dessa. Beräkna triangelns vinklar.
(Svar: 12,26°; 64,09°; 103,65°)

573. I en triangel är en vinkel 60°, och medianen till motstående sidas mittpunkt är medelproportional till de övriga sidorna. Beräkna triangelns vinklar.
(Svar: 22,24°; 60°; 97,76°)

574. En triangel har sådan form, att en cirkel gående genom en sidas ändpunkter delar de båda andra sidorna mitt itu och samtidigt är koncentrisk med den inskrivna cirkeln. Beräkna de inoch omskrivna cirklarnas ytor, då den förstnämnda cirkelns yta är $24\,\mathrm{cm}^2$.

(Svar: $9\,\mathrm{cm}^2$ och $64\,\mathrm{cm}^2$. Den förstnämnda cirkelns radie är medelproportional till radierna i de in- och omskrivna cirklarna)