



bulletinen

Svenska Matematikersamfundet

Nr 6 Februari 2013



Tidsvinklat: Berlin under 1800-talet
Minnesdagen i Lund

SMS bulletinen

utkommer fyra gånger per år, i februari, maj, oktober och december. Manusstopp är den första i respektive månad.

Ansvarig utgivare Mats Andersson
Redaktör Per-Anders Ivert
pa.iver@gmail.com
Adress SMS bulletinen c/o Per-Anders Ivert
Dag Hammarskjölds väg 5i
224 64 LUND

Manus kan insändas i allehanda format *.pdf*, *.doc*, *.docx*, *.odt*. Som tillägg önskas dock en ren textfil. Alla texter omformas till $\text{\LaTeX}$.

Svenska Matematikersamfundet

är en sammanslutning av matematikens utövare och vänner. Samfundet har till ändamål att främja utvecklingen inom matematikens olika verksamhetsfält och att befordra samarbetet mellan matematiker och företrädare för ämnets tillämpningsområden.

För att bli medlem, betala in avgiften på samfundets *plusgiro* konto **43 43 50-5**.

Ange namn och adress på inbetalningsavin (samt om du arbetar vid någon av landets institutioner för matematik).

Medlemsavgifter	(per år)
Individuellt medlemsskap	200 kr
Reciprocitetsmedlem	100 kr
(medlem i matematiskt samfund i annat land med vilket SMS har reciprocitetsavtal)	
Doktorander gratis under två år	
Gymnasieskolor	300 kr
Matematiska institutioner	större 8 000 kr, mindre 3 000 kr
(institutionerna får själva avgöra om de är större eller mindre)	
Ständigt medlemsskap	2 500 kr (engångsinbetalning)

Man kan även bli individuell medlem av EMS genom att betala in 250 kr till Samfundet och skriva EMS på talongen.

Hemsida

<http://www.swe-math-soc.se>

Här återfinns bl.a. protokoll från möten.

Styrelse

ordförande	Mats Andersson 031-772 35 71 president@swe-math-soc.se
vice ordförande	Pär Kurlberg 08-790 65 82 vice-president@swe-math-soc.se
sekreterare	Elizabeth Wulcan 031-772 35 10 secretary@swe-math-soc.se
skattmästare	Milagros Izquierdo Barrios 013-28 26 60 treasurer@swe-math-soc.se
5:e ledamot	Jana Madjarova 031-772 35 31 bm5@swe-math-soc.se

Annonser

Dessa kan placeras inom en ram som t.ex. denna

helsida	3 000 kr
halvsida	1 500 kr
mindre	750 kr

Annonser i tre konsekutiva nr ger endast dubbla priset, dvs 1/3 rabatt

Annonser inlämnas som förlaga samt i förekommande fall som textfil.

Innehåll

Detta nummer	3	Lars Hörmander: Christer Kiselman	13
Nyheter från EMS	3	Lars Hörmander: Vidar Thomée	20
Litteratur	6	Lars Hörmander: Nils Åslund	24
En minnesvärd dag i Lund	8	Lars Hörmander: Jan Boman	27
Minnesdagen i Lund	10	Tidsvinklat	31
Lars Hörmander: Anders Melin	10	Tillkännagivanden	38
		Från institutionerna	39

Omslagsbilden: Humboldt-Universität i Berlin. Fotograf Martin Schlobach

Detta nummer

Per-Anders Ivert

Som förutskickades i det förra numret av SMS bulletinen kommer detta nummer att präglas av Lars Hörmanders bortgång, något som väckt ett betydligt större uppeende i utländsk press än i svensk. Den 2 februari hölls en minnesdag vid Matematikcentrum i Lund, och vi har fått ta del av manuskript till dessa tal. Dessa texter, som kan vara både informativa och underhållande, publicerar vi i en särskild avdelning. Vi hoppas att i nästa nummer kunna ge ett par ”tyngre” bidrag om Lars Hörmanders matematiska gärning, men kanske också ett par ytterligare inslag av samma karaktär som i detta nummer.

Tidsvinklat handlar denna gång om matematiska institutionen i Berlin under senare hälften av 1800-talet. Den dominerades då av Karl Weierstrass, och originalet till det porträtt vi avbildar hänger i en korridor vid Humboldt-universitetet i Berlin. Detta nummer av Bulletinen är för övrigt det fjärde som redigeras i Berlin (jag kom hit förra året), och det blir nog inte det sista. Jag har ju tillbringat några år i Tyskland tidigare (för länge sedan), och jag kände nu att jag var trött på att inte bo i Berlin. Vanligen brukar jag försöka tona ner skillnader

och teorier om skillnader mellan olika miljöer, men det tycks mig som om synen på matematik är något välvilligare här nere. Detta nämner jag för att komma till berättelsen om vad jag såg och hörde på den lokala kanalen TV Berlin nyligen. Det var en kvinnlig reporter i 35½-årsåldern som gick runt och frågade människor på gatan vilka färdigheter de helst önskade att de hade. Somliga önskade att de hade ett bättre tålamod, de som var från utlandet att de hade bättre färdigheter i tyska språket o.s.v. Till slut kom där en dam i övre medelåldern ut från ett varuhus, och när hon konfronterades med frågan utbrast hon: ”Matematik! Jag önskar att jag behärskade ordentlig matematik, inte bara att derivera och integrera!” Det slående var reporterns reaktion. Hon for inte ihop i en fnittrande hög för att den tillfrågade sa roliga ord, vilket hade hänt i svensk TV, utan hon såg ut som om denna önskan var fullkomligt legitim och förstående.

Då påmindes jag om vad som hade slagit mig vid min tidigare sejour i Tyskland. Den inbördes respekten mellan olika ämnen och mellan humanister, tekniker, naturvetare och konstnärer.

Nyheter från EMS

IMA firar 50-årsjubileum 2014

Institute of Mathematics and its Applications, Storbritanniens lärda sällskap för matematik och dess tillämpningar, firar 50-årsjubileum år 2014. Ett program som inkluderar en ”50-årsfest” vid Royal Society på eftermiddagen och kvällen den 14 maj 2014 och en ”Festival of Mathematics” som börjar på kvällen den 2 juli 2014 och fortsätter under 3 och 4 juli vid universitetet i Manchester planeras.

I nyhetskanalen: Springer Book Archives

Projektet Springer Book Archives (SBA) är ett försök att gjuta nytt liv i äldre böcker som getts ut mellan 1842 och 2005 genom att göra dem tillgängliga elektroniskt och, om så är lämpligt, i tryck. Författare kommer att få fri tillgång till sin elektroniska version. De kommer att få royaltty på såväl tryckt som elektronisk utgåva.

EMS Distinguished Speakers

EMS är medorganisatör till två matematiska konferenser under första hälften av 2013, det gemensamma matematiska veckoslutet EMS-DMF i Århus, Danmark den 5–7 april och den 1:a europeisk-nordiska matematikerkongressen i Lund den 10–13 juni. EMS möteskommitté har utsett en av plenartalarna vid vardera evenemanget som EMS Distinguished Speaker. Dessa prestigefyllda hedersuppdrag går till prof. Jeremy Gray, Open University, UK (talare i Århus) och till prof. Adrian Constantin, King’s College, London, UK och Universität Wien, Österrike (talare i Lund).

Kallelse om nomineringar eller förslag på talare och vetenskapliga evenemang 2014

EMS har publicerat en kallelse om nomineringar eller förslag på talare och vetenskapliga evenemang 2014. In-

formation om kallelsen och inlämningsförfarande återfinns på

<http://www.euro-math-soc.eu/node/3266>.

Sista dag

för nomineringar av EMS-föreläsare: 31 maj,

för förslag på gemensamma matematiska veckoslut: 31 augusti,

för nomineringar av distinguished speakers: 30 december.

Första ERC Advanced Grant för matematik i Tjeckien

Ansökan gällande projektet MATHEF – Mathematical Thermodynamics of Fluids hade framgång i konkurrensen om ERC Advanced Grants och kommer att finansieras under 2013–2018. Detta är det första ERC Advanced Grant i matematik någonsin i Tjeckien och det enda som tilldelats en tjeckisk vetenskapsman i år.

ICM 2014: Öppen för preliminär registrering

Den internationella matematikerkongressen ICM 2014 äger rum i Seoul, Korea den 13–21 augusti. Organisatorerna inbjuder till preliminär registrering online för att man ska få aktualiseringar med e-post avseende program, resestipendier, lokal information och annat. Information: <http://www.icm2014.org/>
<http://www.icm2014.org/signup/signup.asp>

EU:s forskningsbudget: ERT och ERC båda bekymrade

Europeiska rådet är i färd med att fatta beslut om EU:s budget för 2014–2020. European Round Table of Industrialists (ERT) och Europeiska forskningsrådet (ERC) delar den allvarliga oro för nedskärningar i EU:s forskningsbudget som uttryckts av nobelpristagare i ett brev som publicerades över hela Europa i oktober förra året. I ett gemensamt öppet brev uppmanar de två organisationerna de europeiska ledarna att godkänna finansieringsprogrammet på 80 miljarder euro för forskning och utveckling.

W.K. Clifford Prize 2014 – begäran om nomineringar

Nästa W. K. Clifford Prize, ett internationellt vetenskapligt pris för unga forskare gällande teori för och tillämpningar av Cliffordalgebror samt analys och geometri för dessa, kommer att utdelas vid den 10:e konferensen om Cliffordalgebror och deras tillämpningar i matematisk

fysik (ICCA10) i Tartu, Estland 2014. Nomineringar mottages av sekreteraren på

secretary@wkcliffordprize.org fram till 30 september 2013.

Nomineringar till posten som ordförande för Europeiska forskningsrådet begärda

Den oberoende rekryteringskommitté som tillsatts av Europeiska kommissionen för val av kommande ordförande för Europeiska forskningsrådet (ERC) önskar förslag från det vetenskapliga samfundet på potentiella kandidater. ERC:s ordförande kommer att leda ERC:s vetenskapsråd och kommer att vara talesman och offentligt ansikte för ERC. Som sådan förväntas hon eller han att vara en förespråkare för frontlinjeforskning och en ambassadör för europeisk vetenskap inom och utanför Europa, med målet att ytterligare stärka ERC:s prestanda och anseende samt Europas vetenskapliga bas i frontlinjeforskningen.

Episciences Project startar en serie av allmänt drivna tidskrifter med fri tillgång

Matematiker planerar att grunda en serie av gratistidsskrifter med fri tillgång som ska innehålla deras granskade artiklar på preprintservern arXiv. Projektet offentliggjordes i början av februari i ett blogginlägg av Tim Gowers. Initiativet, som kallas Episciences Project, bär på förhoppningen att forskare ska kunna organisera granskning och publicering av sina arbeten till lägsta möjliga kostnad, utan att blanda in kommersiella förlag.

Europeisk invigning av MPE 2013, 5 mars, Paris

Det internationella året Mathematics of Planet Earth inleds officiellt i UNESCO-byggnaderna i Paris den 5 mars. Det kommer att bli korta anföranden av bland andra Wendelin Werner som representerar IMU och av Marta Sanz-Solé, ordförande för EMS. Gert-Martin Greuel presenterar Open Source-plattformen IMAGINARY. Utmärkelser tilldelas vinnarna av MPE-tävlingen. En punkt på dagordningen är en paneldiskussion under rubriken "What can mathematics do for the planet?"

Tjugohundratalets matematik "What should students learn in the 21st Century?"

En konferens under denna rubrik kommer att organiseras av CENTER FOR CURRICULUM REDESIGN i samarbete med SVENSKT NÄRINGS- och OECD CENTRE FOR EDUCATIONAL RESEARCH AND

INNOVATION (CERI) i Stockholm, 22–24 april 2013. Programmet innehåller ett urval av presentationer och pandediskussioner om olika aspekter på matematikämnet utveckling i alla stadier inom utbildningssektorn.

Experter till rådgivargrupper för Horisont 2020: Kallelse efter intresseyttringar

Europeiska kommissionen har nyligen utfärdat en kallelse efter experter som kan utses till medlemmar av rådgivargrupper för Horisont 2020. Enskilda personer kan ansöka självständigt, som representant för ett gemensamt intresse eller som representant för en organisation. Några av rådgivargrupperna kommer säkert att utöva inflytande på europeisk matematik.

ERC advanced grants utlysta. 17 anslag till matematiker

Europeiska forskningsrådet har tilldelat 302 seniora forskare i 24 europeiska länder 680 miljoner euro i den senaste utskrivningen av dess prestigefyllda anslag. Bland de belönade återfinns 17 matematiker från nio europeiska länder.

Spansk bank tilldelar Ingrid Daubechies och David Mumford pris för grundforskning

Stiftelsen BBVA Foundation tilldelar i år, för första gången någonsin, två matematiker, Ingrid Daubechies och David Mumford, utmärkelsen Frontiers of Knowledge Award in the Basic Sciences ”för deras arbete i ren matematik som har haft ett stort inflytande på olika områden alltifrån datakomprimering till mönsterigenkänning”. BBVA står för Banco Bilbao Vizcaya Argentaria.

Gemensamt matematiskt veckoslut EMS-DMF, Århus, Danmark, 5–7 april

Med anledning av Danska matematikersamfundets (DMF) 140-årsjubileum inbjuder EMS och DMF matematiker att delta i ett gemensamt matematiskt veckoslut vid Århus universitet från fredag 5 april till söndag 17 april. Konferensen omfattar plenarföredrag av Henri Berestycki, CAMS/EHESS (F), Herbert Edelsbrunner, IST (A), Jeremy Gray, Open University (UK), Uffe Haagerup, Köpenhamns universitet (DK), Carsten Thomassen, Danmarks Tekniske Universitet.

EWM och EMS sommarskola 2014 vid Institut Mittag-Leffler – förslag efterlyses

European Women in Mathematics och EMS-kommittén Women in Mathematics mottar förslag till en en veckas sommarskola vid Institut Mittag-Leffler under sommaren 2014. Ett särskilt särdrag för skolan blir att det blir långt fler inslag från kvinnor än vanligt. Man väntar sig att den större delen eller hela organisationskommittén och minst hälften av deltagarna, och om möjligt föreläsarna, utgörs av kvinnor.

Platser för föreläsningar av Tamar Ziegler, EMS-föreläsaren 2013

EMS möteskommitté har utsett Tamar Ziegler (Technion, Haifa, Israel) till EMS-föreläsare 2013. Prof. Ziegler är specialist på ergodteori och talteori. Hon har samarbetat med bland andra Vitaly Bergelson, Ben Green och Terence Tao. Hon kommer att ge en serie föreläsningar under rubriken Dynamics and Number Theory vid den 26:e nordiska och 1:a europeisk-nordiska matematikerkonferensen i Lund den 10–13 juni och vid EWM:s 16:e allmänna möte vid Hausdorffcentrum för matematik, Bonn, Tyskland 2–6 september 2013.

EMS-IML sommarskola 2013 om metoder med Bellmanfunktioner

The EMS och Institut Mittag-Leffler i Djursholm utlyser en sommarskola under titeln ”The Bellman function technique in harmonic analysis” som avhålls vid IML veckan 8–12 juli 2013.

Information, ansökningsblankett: http://www.mittag-leffler.se/summer2013/summerschools/bellman_function/

Wolfpriset till Mostow och Artin

Wolfpriset i matematik har tilldelats prof. George Mostow vid Yale University för hans grundläggande och banbrytande bidrag till geometri och Liegruppsteori. Han delar priset med prof. Michael Artin vid Massachusetts Institute of Technology som tilldelades priset för sina grundläggande bidrag till algebraisk geometri, både kommutativ och icke-kommutativ.

Museum of Mathematics har öppnats i New York

Information: <http://momath.org/>

Spansk grupp påvisar bijektivitet av Nash-avbildningen för ytor

Nashproblemet formulerades på sextiotalet i ett försök att förstå sambandet mellan strukturen av upplösningar av singulariteter på en algebraisk varietet över en kropp av karakteristik 0 och rummet av bågar (groddar till parametriserade kurvor) på varieteten. År 2003 visade en amerikan och en japan (J. Kollar and S. Ishii) att denna relation inte gäller för objekt med fyra dimensioner eller fler.

CIM International Conferences and Advanced Schools Planet Earth, Portugal 2013

International Center of Mathematics CIM är en partnerinstitution i det internationella programmet Mathematics of Planet Earth 2013 (MPE 2013). CIM planerar att organisera och stödja flera aktiviteter inom ramen för programmet. Bland annat anordnar CIM MECC 2013 - International Conference and Advanced School Planet Earth, Mathematics of Energy and Climate Change, 18-28 March 2013.



Henri Poincaré

Per-Anders Ivert

Den franske matematikern, filosofen och teoretiske fysikern Henri Poincaré (1854–1912) beskrivs ibland som den siste universallärde inom matematiken. Det finns kanske fler som kan göra mer eller mindre berättigade anspråk på ett sådant epitet, men Poincaré (som var kusin till politikern Raymond Poincaré, Frankrikes president under första världskriget) uppvisade en lärdom och en vetenskaplig bredd som var ovanlig även på den tiden. Nu har den brittiske matematikhistorikern Jeremy Gray utkommit med en diger vetenskaplig biografi om denne intellektuelle gigant.

Boken är en guldgruva för den som är intresserad av det intellektuella klimatet i Europa (särskilt Frankrike och Tyskland) under 1800-talets senare decennier och 1900-talets allra första ("la belle époque"). Den är dock inte särskilt lättläst. Mycket litet utrymme ägnas åt Poincarés privatliv och personliga förhållanden. Tonvikten ligger på hans verksamhet i vetenskapen och i det offentliga livet, och för att tillägna sig texten ordentligt krävs en solid matematisk allmänbildning och kanske t.o.m. något mer än "allmän-".

För den som har en hyfsad matematisk allmänbildning men inte är specialist på något av de områden som behandlas i boken (t.ex. elliptiska funktioner, komplexa funktioner i flera variabler) erbjuder boken möjligheter att fylla igen kunskapsluckor inom dessa områden och tillägna sig en mer koherent bild av dem.

Biografin har en (ganska lång) inledning med en in-

tressant framställning av Poincarés vetenskapssyn, hans sätt att tänka och hans attityd mot samtida arbeten (t.ex. mängdlära och logik). Därefter följer elva kapitel med var sitt tema och ett tolfte (appendix) med begreppsförklaringar. Det första kapitlet beskriver något av Poincarés offentliga verksamhet och hans essäskrivande och det andra, som egentligen är det enda som behandlar privatmannen Poincaré, berör hans utbildning och hans sparsamma inblandning i det politiska livet (t.ex. Dreyfusaffären) och den resultatlösa kampanj som drevs för ett Nobelpris åt honom.

Det tredje och det fjärde kapitlet ägnas till stor del åt prisutlysningar. Franska vetenskapsakademien utlyste år 1879 ett pris på 3000 francs för "väsentlig förbättring av teorin för lineära differentialekvationer i en variabel" vilket ledde Poincaré till att införa (och namnge) de s.k. fuchsiska funktionerna. Poincaré vann inte priset men fick ett hedersomnämmande. Att uppkalla dessa funktioner efter Lazarus Fuchs i Berlin ledde till en kontrovers med Felix Klein i Göttingen, och historien redovisas utförligt i kapitel 3. Det fjärde kapitlet (om trekropparsproblemet) är av specifikt svenskt intresse, eftersom det handlar om kung Oscar II:s pris, turerna kring detta samt Gösta Mittag-Lefflers roll i historien.

Därefter avhandlas utförligt det ena ämnesområdet efter det andra: kosmogoni, fysik, komplex funktionsteori (i flera variabler), topologi, potentialteori m.m. För många av dessa områden tecknas bakgrunden ordent-

ligt, och läsaren får alltså veta en hel del, inte bara om Poincaré och hans arbete, utan även om matematiken i Tyskland och annorstädes. Även icke-euklidisk geometri behandlas på flera ställen och det ges intressanta inblickar i tidens vetenskapliga debatt inom många områden som först senare fått en stabilare lärogrund. Särskilt intressant är berättelserna om relativitetsteorins förhistoria.

Boken är välskriven men den är knappast någon bäddlektyr, utan den är nog ganska krävande, även för andra läsare än anmälaren, men den som inte känner så starkt för ett visst ämnesområde kan utöva kursivläsning av vissa partier utan men för sammanhanget. Det är en bok man gott kan återvända till flera gånger.

Naturligtvis förekommer en del tryck- eller skrivfel i en bok av detta omfång, men de är inte många. I diskus-

sionen om telegrafekvationen på sid 177–178 förväxlas beteckningar för kapacitans och läckage ett par gånger, på sid. 222 tycks det som om en linjär transformation S har bytts ut mot sin invers och på sid. 383 återfinns utsagan ”The function $f(z)$ has a pole of order n at a point z_0 if $\lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0)^n f(z) = 0$ but $\lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0)^{n-1} f(z) = 0$ is infinite”.

Dessa småfel förtar inte intrycket av att vi här har att göra med ett mycket gediget arbete som är en guldgruva för den matematik- och fysikhistoriskt intresserade.

Jeremy Gray: Henri Poincaré – A Scientific Biography
på engelska, 592 sidor
Princeton University Press, 2013
ISBN 978-0-691-15271-4

VERKLIGHETENS KVADRATRÖTTER – Vad den där matematiken faktiskt används till

Laura Fainsilber

Denna lilla bok är skriven av en student och har som mål att ge exempel på matematikens nytta och därmed höja intresse för ämnet. Den tilltänkta publiken är ungdomar med mindre eller större intresse för matematik och lärare som vill motivera sina elever. Tyvärr tycker jag inte att boken lyckas ge den rika bilden av matematiken som man förväntar sig av den välfunna titeln.

Det är en svår konst att navigera mellan det triviala och det krångliga. De första 40 sidorna i boken innehåller ingen mer avancerad matematik än multiplikation och division. Visst är det livsviktigt att en sjuksköterska räknar ut rätt antal tabletter för en patient som skall ha en given dos medicin, men det är knappast ett övertygande argument för att lära sig högre matematik. Jag tror inte att många läser boken som inte ser poängen med multiplikation och division. Likartade exempel finns i stora mängder i skolans läroböcker, där de är mycket relevanta.

Det första ställe där vi konfronteras med annat än de fyra räknesätten är när arctangens och tangens används på sidan 47. Tyvärr används de i onödan, där man hellre hade resonerat med likformiga trianglar. Den läsare som har lite tålamod, eller hoppar över de första kapitlen, hittar sedan några trevliga exempel, från an-

vändningen av fyra GPS-satelliter för att avgöra en position på jorden till RSA-kryptering. I dessa exempel ser man hur matematiken ger struktur och möjliggör tekniska framsteg. Bokens problem är att den har övergett sin tilltänkta publik. Den som kan finna nöje i elektriska uträkningar och rymdutforskning är snarare den som funderar på ingenjörstudier än den som inte ser poängen med matematiken. För lärare som kan tänkas föra exemplen vidare till elever fungerar några av exemplen, men de flesta hanteras dessvärre för snabbt och ytligt. Rätt publik kan vara naturvetare, ingenjörer eller journalister som behöver ha bra exempel till hands för att diskutera matematikens nytta.

Laura Fainsilber är universitetslektor i matematik vid Chalmers Tekniska Högskola och Göteborgs universitet

Marcus Näslund: Verklighetens kvadratrötter
160 sidor
Books on Demand
ISBN10: 9174630342
ISBN13: 9789174630343

En minnesvärd dag i Lund

Ulf Persson

Lördagen den 22 oktober 1955 skulle bli en historisk dag för Lunds matematiska institution. En stor del av dess lärare, samt även ambitiösa studenter som Jan-Erik Roos, var samlade på förmiddagen i den stora föreläsningssalen på Sölvegatan 14 där institutionen höll hus på den tiden. En nybyggd institution med gott om utrymme för alla anställda, även för amanuenserna. Föreläsningssalen var som sig bör försedd med rikligt tilltagna svarta tavlor (hela nio styckna för att vara exakt), de största i norra Europa enligt Marcel Riesz. Denne, nestorn bland dem alla, var på tillfälligt besök i Lund och skulle strax efteråt återvända till USA, där han huvudsakligen vistades efter sin pensionering. En gång i tiden inkallad till Sverige av Mittag-Leffler och verksam vid Stockholms Högskola, hade han under de senaste decennierna byggt upp den matematiska institutionen vid Lund och skapat en ypperlig miljö¹. Nu var det dags för dess yppersta frukt – Lars Hörmander – att disputerar. Att avhandlingen var någonting speciellt stod klart från första stund, om inte annat så för att den fysiskt förelåg i salen i form av särtryck ur *Acta Mathematica*. Dess snara publicering i denna tidskrift hade Carleson sett till.

Disputationer var vid denna tid ganska ovanliga, och respondenten var ofta till åren kommen. Det var högtidligt. Det rörde sig ju om en grad, en doktorsgrad, och inte bara en simpel examen, för att tala sedvanlig akademisk högfärd. Följden var att avhandlingen inte sällan snarare var kulmen på en akademisk karriär än dess inledning. Matematiker däremot brukade disputerar vid yngre år, men sällan vid så unga år som Hörmander². Denne hade gjort en matematisk kometkarriär. Född i ett litet fiskeläge i Blekinge, hade han genom sin pappas, folkskolläraren Armand Jönsson, tillsyn snabbt forcerat den elementära skolgången och redan som 15-åring börjat vid Lunds Privata Elementarskola (Spyken) och som yngst i sin klass 1948 tagit studenten två år senare och hade redan då hunnit studera matematik på universitetsnivå genom Frembergs försorg³. Dock var Fremberg inte tillstades, han hade avlidit redan 1952 vid unga år⁴. Därefter hade följt en fil.kand (49), en fil.mag (50) och

en fil.lic (51), den senare som en ren överraskning. Hörmander hade kallats hem till Riesz bostad, vilket inte var ovanligt, och efter ett kort och improviserat förhör ansetts vara mogen för en licentiat-examen efter att ett tidigt opublicerat arbete tagits som intäkt för en avhandling. Hans arbete för doktorsexamen tog fyra år, men då skall man ha i åtanke att ett år ägnades åt militärtjänst, och att det dröjde innan han bestämde sig för att arbeta med linjära PDE. Han reste runt i Europa, slösade bort lite tid i Zürich⁵, och det var först i Nancy, dit han begav sig efter att av en ren tillfällighet stött på en bok om distributioner, bläddrandes i böcker i en bokhandel i staden, som resandet gav riktig utdelning. Riesz var liksom många andra mycket skeptisk gentemot distributioner, men Hörmander genomskådade den skenbara enkelheten direkt. Att det till slut blev PDE föll sig ganska naturligt, ty både Gårding och Pleijel sysslade med detta. Och hur otroligt det än må låta blev avhandlingen skriven först under de två sista åren. Sedan den 1 juli var Hörmander tillförordnad laborator och hade några veckor innan ansökt hos den naturvetenskapliga sektionen både om förkortad spikningstid för sin avhandling⁶ och att denna skulle kunna försvaras på franska. Till opponent hade utsetts docenten vid universitetet i Nancy, Jacques-Louis Lions, tillika student till Laurent Schwartz⁷, och ett rese- och traktamentsbidrag på 500 kronor hade sökts och beviljats för hans inbjudan. På den tiden var det inte så vanligt med utländska opponenter. Andre opponent var Bent Fuglede från Köpenhamn och tredje opponent Nils Åslund, en kamrat till respondenten. Samtliga trettio år eller yngre. Fem professorer ingick i betygsnämnden. Gårding och Pleijel, namn som inte medför några större identifieringsbekymmer, och som dessutom bör antyda att ingen av dem i formell mening kunde ha varit handledare. Sedan Edlén, som rimligen bör vara professor i fysik och astronomi Bengt Edlén (1906-93), vidare Gustafson, som kan vara Torsten Gustafson, professor i fysik (känd som Tage Erlanders vetenskaplige rådgivare), medan namnet Larsson måste referera till prodekanus - kemisten Erik Larsson.

¹ Lars Gårdings bok om svenska matematiker bör anses som den kanoniska referensen för den nyfikne

² Sällan men inte oförekommande, Carleson hade ett par år tidigare disputerat vid 22 års ålder, och detta torde vara svenskt rekord.

³ Genom denne hade hans rykte nått andra sidan sundet på ett mycket tidigt stadium.

⁴ En runa över honom, författad av Åke Pleijel, står att finna i *Nordisk Matematisk Tidskrift* för 1953

⁵ Han förfasade sig över att van der Waerden föreläste direkt ur sin bok

⁶ I ett brev tidigare samma månad beklagar sig Åke Pleijel inför sin mor över hur Hörmanders avhandling snabbt måste i tryck och att han tvingats läsa den i flygande fläng.

⁷ Det är frestande att spekulera i att denne kan ha varit första valet som opponent.

Lions hade redan påbörjat sin presentation när Anders Wiman trädde in i salen genom en lämplig sidosingång och tog plats i första raden. Wiman var född 1865, således under den gamla ståndsriksdagens tid, var en skåning som hade varit professor i Uppsala och åtminstone formellt även hade varit Beurlings handledare. Lions avbröt sin presentation och bugade sig för den gamle mannen innan han fortsatte. Hörmander försvarade sig, som väntat, med bravur, och som Roos påpekade det var inte svårt att åtminstone hjälpligt hänga med. Hörmander hade en osedvanlig pedagogisk förmåga, och dessutom hade den unge amanuensen under hösten bevistat seminarier och föredrag givna av Hörmander om bland annat Fouriertransformer och distributioner.

Efter att första opponenter gjort sitt, var det dags för de andra opponenter att ta till orda. För Fuglede var detta den första erfarenheten av en svensk disputation. Han avböjde att tala franska, men huruvida han talade engelska eller danska är det tydligen ingen som kan påminna sig. Han började med att skissera bakgrunden för partiella differentialoperatorer samt förklara notationen, något som Marcel Riesz efteråt kritiserade honom för att ha varit lite onödigt tidskrävande, men sedan insett att det hade sin poäng med tanke på alla icke-specialister bland åhörarna. Andre opponentens uppgift var bland annat att nagelfara avhandlingen efter skrivfel och hade faktiskt lyckats hitta ett ställe där det borde ha varit $\cos$ istället för $\sin$. Hörmander hade först inte velat erkänna detta utan börjat en kontrollräkning men fann blixtnabbt att Fuglede hade rätt och utbrast ”Jag ger mig fullständigt”⁸. Till slut tog tredje opponenter vid, som inledde med att ”um dieses logisch abzuschliessen” övergå till tyska. Tredje opponentens traditionella upp-

gift var att spela narren och gjorde därmed en stor sak över att det var så många ”sup” i texten.

Efter att allt var slut utbrast Riesz ”Das gibt’s nur einmal, das kommt nicht wieder”⁹

Disputationsakten avslutades därmed och alla opponenter var eniga om att detta var något mycket speciellt. På kvällen var det en fin middag på Grand Hotel med dans.

Fyra dagar senare, onsdagen den 26 oktober, lämnade Gårding och Pleijel in ett utlåtande över avhandlingen. De påpekade att denna var ett av de senaste årens förnämsta bidrag till teorin för partiella differentialoperatorer. Och genom att den inte begränsade sig till de klassiska fallen av elliptiska, hyperboliska och paraboliska operatorer, hade författaren arbetat på nästan obruten mark men ändå nått ett överväldigande antal viktiga resultat. De vittnade om hans ovanliga penetrationsförmåga och överlägsna analytiska skicklighet. De hänvisade till Lions bedömning att avhandlingen inte lämnade mycket utrymme för kritik och var banbrytande.

Föga förvånande föreslog de bägge författarna att betyget Berömlig skulle tilldelas både författandet och försvaret, i vilket de övriga tre medlemmarna i betygskommittén instämde.

Den 4 november genomgick Hörmander ett lärarprov för en docentur genom att ge en föreläsning över ämnet ”Fouriertransformen”, och både Pleijel och Larsson vitsordade att denne därmed styrkt sin skicklighet såsom lärare. Sektionen beslöt då att hos Kanslern hemställa om förordnande för fil.lic Lars Hörmander att vara docent i matematik. Och ett år senare (den 1 januari 1957) blev Hörmander professor i Stockholm och därmed var, som han förklarar, hans studenttid definitivt över.

Källor

Jag vill tacka de forna elever till Lars Hörmander som jag har fått tillfälle att samtala med. Jag tänker då på Jan Boman, Christer Kiselman samt Anders Melin. Dessutom vill jag speciellt tacka Jan-Erik Roos för hans hjälpsamhet och goda råd när det gäller efterforskningar och för den sympatiskt betingade uppmuntran han därmed gett. Hans ögonvittnesuppgifter från disputationsakten har varit ovärderliga.

Offentligt tillgängligt arkivmaterial har jag inhämtat från universitetsarkiven. Intressant korrespondens finns även att tillgå i den kollektion av huvudsakligen brev till Riesz som Jaak Peetre och Roony Magnusson sammanställde 2009, och som finns

tillgänglig på Peetres hemsida.

Hörmander själv var inte nämnvärt intresserad av att bidra med självbiografiskt material. De två biografiska bidragen till volymerna av Fieldsmedaljörer och Wolfpristagare fann han att han mer eller mindre hade blivit ’lurad’ till att författa och publicera. Inte destomindre utgör de omistliga källor till hans verksamhet och eftervärlden kan bara gratulera redaktörerna till deras kap. Jag har med stor behållning tagit del av dem, liksom Hörmanders ’tribut’ till Schwartz i franska matematikernas Gazette. Däremot kan man bara ana vad världen gått miste om i och med att Hörmander aldrig lät skriva sin egen fullständiga matematiska självbiografi.

⁸Roos minnesbild av detta indikerar att Fugledes opposition gavs på hans modersmål.

⁹En schlagerdänga som utgjorde huvudnumret i musikfilmen ”Der Kongreß tanzt” från 1931, med musik av Heymann (1896-61) och text av Robert Gilbert (1899-78).

Minnesdagen i Lund

Den 2 februari hölls en minnesdag i Lund efter Lars Hörmander, som gick bort den 25 november förra året. Vid det tillfället gavs anföranden av några av Hörmanders tidigare elever samt av prof. Nils Åslund, som hade fungerat som tredjeopponent vid Hörmanders disputation 1955. Texterna i denna avdelning anknyter till dessa anföranden; somliga är direkta avskrifter av respektive föredragsmanuskript, andra är modifieringar därav eller uppskrivna i efterhand. De återges här med benäget tillstånd av Matematikcentrum i Lund.

Tal minnesdagen den 2 februari 2013

Anders Melin

Någon tid efter det att Lars börjat sitt arbete vid institutionen i Lund höstterminen 1968 tog jag mod till mig och gick upp till hans arbetsrum och bad om ett ämne till doktorsavhandling. Efter en kort tid kom Lars med ett förslag om ett ämne som låg nära den algebraiska geometrin, och om jag minns rätt började jag med att undersöka några integraler av enkla analytiska funktioner över områden som definieras av polynomlikheter. De inledande undersökningarna ledde till några obetydliga resultat som jag helt har glömt bort. Det jag däremot inte har glömt är den uppmuntran Lars gav mig, och som jag inte tyckte mig vara förtjänt av. Några månader senare blev det dock ett abrupt slut på arbetet inom detta område. Lars hade varit på konferens i Japan och där fått höra talas om Hironakas resultat om upplösning av singulariteter. Jag tror att Hironaka hade visat dessa redan 1964, men de var nog inte allmänt kända. Lars insåg genast att målet för mitt avhandlingsarbete var en ganska omedelbar konsekvens av Hironakas stora sats, och jag var därför tvungen att byta ämne. Jag har ett svagt minne av att Lars kände sig något besvårad av situationen, men tanken på ett nytt ämne för avhandlingen var inget som avskräckte mig. Dessutom kom jag ungefär 30 år senare ha viss nytta av mina inledande erfarenheter, eftersom jag under en tid kom att arbeta med upplösning av singulariteter föranlett av ett arbete av Stein och Phong i *Acta Mathematica*.

Det nya avhandlingsarbetet var inom en ny teori som utvecklades under 1960-talet, pseudodifferentialoperatorkalkylen. Lars Gårding erhöll ett uppmärksammat resultat om nedre begränsningar för differentialoperatorer i ett arbete från 1953. Detta ledde till en viktig och mycket användbar olikhet, ofta kallad Gårdings olikhet. Med hjälp av kalkylen för pseudodifferentialoperatorer kunde olikheten angripas med enkla operatorteoretiska metoder. Dessa medförde också direkt en skärpning, den s.k. skarpa Gårdingolikheten, som gav en bättre undre begränsning för positiva differentialoperatorer. Min uppgift blev att skärpa detta ytterligare och att finna mer exakta uttryck för begränsningarna.

Jag påbörjade mitt nya avhandlingsarbete 1969 och var klar våren 1970. Om arbetet var en framgång så är det helt Lars förtjänst. När han såg mina räkningar insåg han snabbt att det handlade om att finna algebraiska uttryck för nedre begränsningar hos differentialoperatorer som uppstår när man kvantiserar semidefinita kvadratiske former i fasrummet. Sådana operatorer kan bringas till normalform med hjälp av den metaplektiska gruppen som kvantiserar de lineära symplektiska symmetrierna. Den metaplektiska gruppen var känd av fysikerna åtminstone sedan 1950-talet och var föremål för undersökningar bland matematiker som Irving Segal och Andre Weil under 1960-talet.

Lars insåg tidigt att symplektisk geometri liksom Hamiltonmekanik skulle finna viktiga tillämpningar inom breda områden av teorin för partiella differentialoperatorer. Han gav viktiga bidrag om pseudodifferentialoperatorer under slutet av 1960-talet. Dessa operatorer uppstår genom kvantisering av funktioner i fasrummet och bildar en algebra tillräckligt stor för att omfatta inverserna till elliptiska operatorer. Fourierintegraloperatorerna bildar symmetrierna mellan pseudodifferentialoperatorer och kvantiserar de symmetrier som i den klassiska mekaniken överför ett Hamiltonsystem till ett annat. Med de Fourierintegraloperatorer som Hörmander införde i ett arbete omkring 1970, och med de resultat han uppnådde i ett efterföljande arbete med Hans Duistermaat, trivialiserades en hel del problem för differentialoperatorer av reell principalsymbol. De visade nämligen att alla sådana operatorer är mikrolokalt ekvivalenta. Det kan tilläggas att Duistermaat något år tidigare hade varit Hörmanders gäst i Lund och givit en längre föreläsningsserie om Hamiltonmekanik.

Terminologin mikrolokal ekvivalens kräver en förklaring. En funktion representeras normalt i det fysiska rummet eller i frekvensrummet, och valet av representation avgörs av vad som för tillfället kan anses vara mest lämpligt. Eftersom singulariteter orsakas av höga frekvenser kan det senare betraktelsesättet vara lämpligast i samband med regularitetsfrågor, och Fouriertransformering är då den metod som står närmast till hands. I den mikrolokala analysen söker man metoder att, till synes i strid med osäkerhetsrelationen, betrakta funktioner samtidigt i rums- och frekvensvariablerna. Detta möjliggörs med hjälp av pseudodifferentialoperatorer.

Den mikrolokala analysen kan ses som en vidareutveckling av, eller viktigt komplement till, distributionsteorin. Lars insåg mycket tidigt nyttan av distributionsteorin, och han är förgrundsgestalt inom den mikrolokala analysen. I dess tidigare skede bidrog han med en enkel beskrivning av vågfrontsmängden för en distribution. Sådana beskrivningar förde med sig ett mikrolokalt betraktelsesätt som öppnade nya vägar för undersökningar av partiella differentialoperatorer med algebraiska och geometriska metoder.

En sovjetisk matematiker, Yu Egorov, hade under mitten av 1970-talet utgivit ett uppmärksammat arbete om subellipticitet av pseudodifferentialoperatorer. Lars upptäckte snart en massa felaktigheter och oklarheter i detta, och under våren 1977 träffades vi regelbundet för att gå igenom Egorovs arbete. Det var inte helt lätt, och artikeln vållade Lars nog en hel del problem med dess många löst formulerade och oklara påståenden. Under en lunchpaus vid matematikerkongressen i Helsingfors 1978 deltog jag i ett i all hast arrangerat möte mellan Lars och Egorov. Vi träffades vid domkyrkan i Helsingfors, närmare bestämt vid den stentrappa som leder upp till katedralen. Jag satt ett par trappsteg ovanför Lars och Egorov och kunde följa hur Lars korsförhörde honom om de svaga punkterna i arbetet. Jag tror aldrig Lars fick ett fullständigt svar. Han skrev ett helt kapitel i sin stora monografi om subellipticitet och utredde problematiken fullständigt. Han sade dock flera gånger efter pensioneringen att han inte var helt nöjd med detta parti och arbetade på förenklingar. En av de sista gångerna jag hörde honom tala om detta var i samband med att François Treves besökte Lund våren 2006. Lars hade avböjt en konferens i samband med 75-årsdagen, men han gick med på att vi bjöd in olika gäster löpande under terminen. Undersökningarna av de subelliptiska uppskattningarna i slutet av 70-talet motiverade Lars till att utveckla en ny kalkyl för pseudodifferentialoperatorer som bättre harmoniserade med symplektisk geometri än tidigare kalkyler. Detta var Weylkalkylen som presenterades i ett stort arbete 1979.

Lars hade nog önskat att jag skulle fortsätta med skarpa Gårdingolikheter och generalisera resultaten till system. Men ämnet föreföll mig svårt, och jag hade inga goda idéer. Senare har andra matematiker arbetat inom området, däribland Alberto Parmeggiano, som mycket uppskattade Lars välvillighet att diskutera ämnet. Läsåret 1970-1971 var Lars tillbaka i USA vid Princeton university, Courant institute och Stanford, och jag tillbringade detta år vid Mittag-Lefflerinstitutet för att studera icke-kommutativ harmonisk analys. När jag kom tillbaka från institutet och träffade Lars den påföljande hösten förhörde han mig om verksamheten vid institutet, som till stor del ägnats harmonisk analys på halvenkla Liegrupper med tillhörande generaliseringar av Fouriertransformen. Lars uttryckte en viss skepsis och menade, efter vad jag minns, att man inte borde gå in för mycket i detaljstrukturer hos dessa grupper och ägna sig åt något som kunde likna botanik. Istället skulle man behandla problemen som störningsproblem och använda metoder från den kvantmekaniska spridningsteorin. Lars hade nog samtalat en del med Harish-Chandra om detta under sin tid vid Princeton och hade väl en viss insikt i problematiken. Jag förstod naturligtvis mycket litet av vad han menade, men lite mer än 30 år senare utkom några tidigare elever till Richard Melrose med ett arbete i vilket de genomförde det projekt Lars hade skisserat under några minuter. Detta exemplifierar Lars långtgående visioner även utanför de egna forskningsfälten.

Johannes Sjöstrand, också elev till Lars, disputerade ett år före mig på en utmärkt avhandling som öppnade vägen för en karriär i Frankrike. När jag var klar med doktorandstudierna 1973 kallade Lars kallade in oss till sitt arbetsrum för att föreslå några projekt vi skulle kunna arbeta med. Detta resulterade i att Johannes och jag inledde ett fler år långt samarbete i vilket vi vidareutvecklade kalkylen för Fourierintegraloperatorer till fallet av komplexa fasfunktioner.

När Lars uppträdde i större sammanhang kände han nog ofta en press på sig. Han visste att det fanns stora förväntningar i auditoriet och uttryckte ibland osäkerhet om förmågan att leva upp till dessa. Detta var naturligtvis en helt obefogad oro, men fanns nog där ändå. Vid diskussioner på tu man hand var Lars mycket mer avslappnad. Han bad mig läsa del 3 och 4 av monografin samtidigt som han skrev den. Det gick så till att vi träffades varje vecka och diskuterade ett antal sidor, kanske ett halvt kapitel eller så. Min uppgift var att i förväg läsa igenom materialet och komma med kritik. Kritiken gällde oftast detaljer men ibland också upplägget av några längre stycken. Det som slog mig under dessa diskussioner var Lars sätt att tänka, ett sätt som var oerhört effektivt, men som ibland kunde gränsa till det irrationella. Grothendick skrev någon gång att man inte skulle fokusera så mycket på bevis, man skulle istället leva in sig så mycket i matematiken att resultaten blev självklara. Om Gelfand har det sagts att denne aldrig

bevisade några svåra satser. Han transformerade dem istället först till enklare påståenden. Jag kan tänka mig att Lars också representerar en särart inom det matematiska tänkandet men kan inte precisera mig mer. Klart är dock att Lars var oerhört välorganiserad i sitt arbete och hade noggranna dagboksanteckningar. Utan dessa skulle nog hans stora projekt ha varit omöjliga att genomföra trots den enastående briljansen i hans tänkande.

Att föreläsa med Lars i auditoriet förutsatte noggranna förberedelser. En gång föreläste jag om en generalisering av pseudodifferentialkalkylen baserad på mer komplicerade antikommuteringsrelationer och med en hel uppsättning av Planck's konstanter i olika hierarkier. För att sammanbinda dessa med varandra fick jag låta en konstant på en viss nivå gå mot oändligheten för att sedan möta en liten konstant på nästa nivå. Asymptotiska uppskattningar med en Plancks konstant som går mot 0 utgör fortfarande den gemensamma nämnaren för många metoder inom den mikrolokala analysen, och att låta konstanten gå mot oändligheten var som att svära i kyrkan. Lars protesterade direkt och sade att det jag gjorde var omöjligt. Jag fick då förklara för honom att hans Weylkalkyl var så allmän att den mycket väl tillät de operationer jag utförde. Jag höll sedan ett seminarium för Lars med mer detaljer. Han förstod då mycket snabbt vad jag gjorde och gav mig istället uppmuntran vilket jag tacksamt uppskattade, eftersom jag skulle vistas en termin i USA och arbeta vidare på problemet.

Den oerhörda talang, insiktsfullhet och arbetskapacitet som Lars uppvisade väckte stor förundran bland hans samtida matematiker. Jag har de senaste dagarna återvänt till hans doktorsavhandling och slås av häpnad över den uppslagsrikedom denna presenterar. Detta gäller inte bara analysen utan också den elegans varmed de algebraiska inslagen behandlas. Redan i avhandlingen framträder många av de frågeställningar som skulle stå i centrum för hans fortsatta vetenskapliga undersökningar.

Lars Hörmander — några minnen

Anförande på minnesdagen i Lund 2013-02-02 11:00—11:30

Christer Kiselman

Kära Viveka; kära Sofia; kära Nils och andra organisatörer av detta möte; kära kolleger och vänner!

Jag är tacksam för inbjudan, och skall försöka bidra med några minnen och intryck från min tid med Lars: det handlar om femtio år.

1. Installation

Första gången jag blev uppmärksam på Lars var efter hans installation den 6 oktober 1957. Han hade blivit utnämnd till professor vid Stockholms högskola från den 1 januari 1957, ännu inte 26 år gammal.

Studentkårens tidning *Gaudeamus* publicerade ett reportage med rubriken ”26-årig matematikmaskin högtidligt installerad” (1957). Jag hade då just börjat på Stockholms högskola. Jag sparade ett tidningsurklipp. Texten under ett foto av Lars och Viveka lyder: ”Sveriges yngste professor, matematikgeniet Lars Hörmander ler hult mot sin ljuva maka under den högtidliga installationsakten i Blå Hallen.”

2. Mina studier på Stockholms högskola

En av mina första lärare på Stockholms högskola var Benny Brodda; han ledde proseminariet jag gick på. Något senare hade jag Vidar Thomée, Göran Björck, Stephan Schwarz och Lars Nystedt som lärare på olika kurser eller räkneövningar. Alla var elever till Lars Hörmander: Benny och Stephan lissade i matematik och gick sedan framgångsrikt över till andra områden, Vidar och Göran — här närvarande — doktorerade 1959 respektive 1966, och Lars Nystedt disputerade 1973, då Lars Hörmander lämnat Stockholm, men tackar Hörmander i inledningen av sin doktorsavhandling för att ha föreslagit problemet och givit ”invaluable guidance”.

Jag tenderade ett betyg i december 1957 för Otto Frostman (1907–1977), två betyg i maj 1958 och fyra betyg i maj 1959 för Olof Hanner. Under dessa studier hade jag ingen kontakt med Lars.

Efter militärtjänst i Flygvapnet och meteorologistudier för bl.a. Bo Döös (1922–2010), Bert Bolin (1925–2007), Christer Morales (1919–2002), Artturi Similä (1911–1980), Sture Wickerts (1925–1999), Georg Witt och Leo Rannaleet, började jag läsa fysik hösten 1960 — det var nämligen fysik jag hade siktat på när jag tog studenten. Jag hade dittills bara läst ganska teoretiska ämnen. Men att börja om som nybörjare när man klarat av fyra betyg i matematik kändes inte tillräckligt avancerat, och jag gav snart upp, vilket kändes som en befrielse.

Den 17 oktober 1960 talade jag med Olle Hanner om att fortsätta med matematik, i första hand med en licentiatexamen. Då nämnde jag att jag önskade ha Lars Hörmander som handledare. Olle blev inte förvånad; han konstaterade bara att ryktet om Lars Hörmander spritts effektivt.

3. Stockholms universitet

Det Matematiska institutet vid Stockholms högskola blev den Matematiska institutionen vid Stockholms universitet vid halvårsskiftet 1960. Professorerna Frostman och Hörmander liksom laboratorn Hanner fick nya, statliga, förordnanden gällande från den första juli 1960. Men det märktes inte mycket för oss som var studenter.

Jag var amanuens, assistent och biträdande lärare under åren 1961–1965. Under Lars’ tid i Stockholm låg institutionen på Kungstengsgatan 45, nära Observatorielunden. Varje måndag–fredag klockan 15:00 serverades te och bullar. Det var oftast kanslibiträdet Anita Ahlbert, av vissa kallad fru Ahlbert, av andra Anita, som ordnade det. En klocka klämtade och kallade alla till träffen. Sådana möten var

mycket viktiga för gemenskapen — de kunde fungera när institutionen inte var alltför stor. Lars var alltid med om han inte var utomlands. Diskussionerna rörde ofta matematik.

Lars var alltid tillgänglig för konsultationer. Man knackade på hans dörr; han kunde svara på allt — genast. Jag hade aldrig svårt att tala matematik med honom. Han satt oftast och skrev på artiklar eller på sin bok, den som kom 1963. Det knattrade. Han skrev också föreläsningsanteckningar, som stencilerades. Jag har många sådana, både från Stockholm och Lund.

När jag lämnat hans rum återupptog han sitt knattrande efter noll sekunder. (Själv skulle jag ha behövt åtminstone några sekunder för att hitta stället där jag skulle fortsätta.)

4. Generaliserade funktioner

4.1. Generaliserade funktioner 1961–1962

Under hösten 1961 hittade jag på ett rum, kallat $\mathscr{W}$, av testfunktioner och dess dual $\mathscr{W}'$ av generaliserade funktioner, som var allmännare än Schwartz' distributioner. Symmetrin under Fouriertransformationen var densamma som för Schwartz' rum $\mathscr{S}$ av snabbt avtagande funktioner och rummet $\mathscr{S}'$ av tempererade distributioner — det var i själva verket den symmetrin som hade väglett mig — utöver just detta att jag ville utvidga distributionsbegreppet.

Jag har kvar anteckningar daterade 1962-01-11 med definitioner och satser om faltning och Fouriertransformationen för $\mathscr{W}$ och $\mathscr{W}'$, en ganska fullständig teori. Det var nog mitt första seriösa bidrag till analysen. Jag berättade om dessa resultat för Lars. Han sade då att detta redan var gjort, nämligen av Gel'fand & Šilov (1953, 1955). Jag godtog utan vidare Lars' uttalande. Därför lade jag undan dessa anteckningar och försökte aldrig publicera dem.

När jag betydligt senare kollade artikeln av Gel'fand och Šilov, såg jag att de inte alls hade gjort det jag gjort. De studerade flera olika rum av testfunktioner och funktionaler på dessa rum, men inte just det rum som jag studerat. Det Lars sade var alltså inte sant — fast han hade förstås rätt i den svagare meningen att Gel'fand och Šilov generaliserat distributionerna.

Men ännu märkligare än denna missvisande referens är något som han inte berättade.

4.2. Generaliserade funktioner 1997–1998

Den förklaring som i dag förefaller mig troligast till att Lars svarade som han gjorde är att han själv hade publicerat en not i *Comptes Rendus* (1955) som innehöll en definition av en generaliserad Legendretransformation och en sats om hur Laplacetransformationen avbildar en klass $\mathscr{S}_u$, av funktioner på den klass $\mathscr{S}_{u'}$ som är associerad till transformen u' av u . Här är u och u' konvex-konkava funktioner. Satsen nämns utan bevis.

Om man har symmetri, alltså $u' = u$, så får man som specialfall Schwartz' rum $\mathscr{S}$ och mitt rum $\mathscr{W}$. Utan symmetri får man bland bl.a. Gel'fand och Šilovs satser. Notan innehåller inget om faltning, vilket mina anteckningar gjorde.

Med de kunskaper jag har nu vill jag säga att Legendretransformationen (eller Fencheltransformationen) är en tropikalisering av Laplacetransformationen. Så ett nära samband är väntat. Mikael Passare (1959–2011), Lars' matematiske sonson, arbetade mycket med tropikalisering, och jag har lärt mig om denna transformation av honom — den har nu blivit mycket aktuell.

Denna not nämnde han egendomligt inte alls för mig 1961–1962. I ett brev 1997-06-09 beskriver han orsaken till detta förhållande. Det var först i vår brevväxling 1997 som han tog upp noten.

Med anledning av ett manuskript som senare skulle resultera i Lars' publikation (1998) brevväxlade vi om generaliserade funktioner 1997. Jag skrev till honom den 6 juni 1997, tackade honom för manuskriptet, och nämnde mina resultat om generaliserade funktioner.

Lars skriver i sitt svar nästa dag: "Jag hade glömt att Du gjorde sådana saker 1961–62 och alltså också glömt att jag motsatte mig publicering!"

4.3. Generaliserade funktioner: en tillbakablick

Händelsen visar på den skolning jag fick. Jag tog det då, och tar det nu, som en lektion i livets skola.

5. Partiella differentialekvationer och flera komplexa variabler

Lars föreläste om partiella differentialekvationer hösten 1961 och våren 1962. På den första föreläsningen, den 23 oktober 1961, var det 28 närvarande. Jag följde dessa föreläsningar och lärde mig mycket. De förebådade den bok som kom ut hos Springer 1963 — förordet är daterat mars 1963. Vi elever fick läsa manus och komma med kommentarer.

Hösten 1962 och våren 1963 höll Lars en föreläsningsserie om analys i flera komplexa variabler. Så påbörjade han sitt arbete med den bok som han sedan publicerade hos Van Nostrand 1966 och som nu är en av de mest citerade på området. Jag följde hela denna serie, gjorde noggranna anteckningar och lärde mig mycket. Det var en stor upplevelse att vara med om födelsen av denna bok och hur den växte fram. Föreläsningarnas organisation och struktur var precis de som sedan blev bokens.

Tidigare hade jag förståst läst om analytiska funktioner av en variabel, och något litet om flera variabler, men där byggde teorin på potensserier och Cauchys integralformel. Nu betraktades holomorfa funktioner i stället som lösningar till differentialekvationer, och detta gav rika konstruktionsmetoder och möjliggjorde även generaliseringar. Nya perspektiv öppnade sig.

Dessa kunskaper ledde till att jag senare kunde börja arbeta med komplex analys.

Under hösten 1963 höll Lars en serie seminarier om konvexa och subharmoniska funktioner — mer än 30 år senare, 1994, kom hans bok *Notions of convexity*, som tar upp just dessa ämnen med en enhetlig behandling av konvexa, subharmoniska och plurisubharmoniska funktioner.

Han höll ett seminarium den 17 september om likafördelning modulo 1.

Viktigast blev de tre seminarier om L^2 -metoder för $\bar{\partial}$ -operatorn som han höll den 8, 15 och 22 oktober. (Jag var med på alla dessa seminarier, även den 8, då min fru Astrid Kiselman var på väg att föda vårt första barn, som sedan föddes den 9 oktober klockan 09:35.) Resultaten kom sedan ut i *Acta Mathematica* 1965, i en banbrytande uppsats.

I maj 1965 var Lars på återbesök i Stockholm, och han höll då fyra dubbelföreläsningar om pseudodifferentialoperatorer, ett område som då var ganska nytt. Då berättade han för mig att Viveka och han väntade barn, ett barn som sedan föddes 1965-08-13 och som sitter här nu: Sofia Broström.

6. Lic-problemet 1961–2005

6.1. Lic-problemet 1961–1964

I slutet av december 1961 fick jag av Lars ett problem att behandla för en licentiatavhandling. Det var formulerat i analogi med Bernard Malgranges stora arbete i *Annales de l'Institut Fourier* (1956). Där Bernard hade behandlat approximation med exponentiallösningar till ekvationer med konstanta koefficienter, skulle jag i stället behandla lösningar till ett randvärdesproblem, d.v.s. lösningar i ett öppet område Ω i $\mathbf{R}^n$ till ekvationerna:

$$\begin{aligned} P(D)u &= f \text{ i } \Omega, \\ Q_j(D)u &= g_j \text{ i hyperplanet } \{x \in \Omega; x_n = 0\}. \end{aligned}$$

Här är $P(D)$ och $Q_j(D)$ partiella differentialoperatorer med konstanta koefficienter, f och g_j givna funktioner och u den sökta lösningen. Lösningarna till detta problem bildar alltså ett delrum till rummet av alla lösningar till den första ekvationen.

För approximation med exponentiallösningar av glatta lösningar till det homogena problemet räcker det enligt Hahn–Banachs sats att visa att varje distribution $\mu \in \mathcal{E}'(\Omega)$ som annullerar exponentiallösningarna kan skrivas $\mu = P(-D)\nu + \rho$ för några $\nu, \rho \in \mathcal{E}'(\Omega)$, där ρ har stöd i planet

$x_n = 0$ och är sådan att den ger noll när man låter den verka på glatta lösningar med noll som begynnelsevärden. Fouriertransformationen förvandlar detta till en divisionsalgoritm $F = PG + H$ för hela funktioner, förutsatt att uppskattningar kan göras som visar att kvoten G och resten H faktiskt är Fouriertransformer av distributioner med stöd i Ω . (I Bernards fall är resten H lika med noll, och tillväxten hos kvoten $G = F/P$ är ungefär densamma som för F , vilket visar att G är Fouriertransformen av en distribution.) Jag kunde bevisa att divisionsalgoritmen gav distributioner för hyperboliska operatorer $P(D)$, och det blev ett kapitel i min licentiatavhandling.¹

För icke-hyperboliska operatorer ger algoritmen inte distributioner: kvoten G och resten H är i allmänhet inte Fouriertransformer av distributioner, så beviset kan inte avslutas på samma sätt. Men de är i alla fall hela funktioner av exponentiellt typ, vilket innebär att de är transformen av analytiska funktionaler. Därför gick beviset igenom som förväntat i ett komplext område, och gav de önskade existens- och approximationssatserna för holomorfa lösningar i vissa konvexa områden i $\mathbf{C}^n$, och likaså en karakterisering av de konvexa öppna mängder där sådana satser gäller. Endast denna komplexa del av avhandlingen publicerades senare i den artikel i *Arkiv* som följde; resultaten för hyperboliska operatorer i reella områden publicerades aldrig. Förmodligen gjorde jag så för att de inte handlade om alla operatorer; att ge resultat för alla operatorer såg jag som något önskvärt.

Jag höll föredrag om mina resultat på "Högre matematiska seminariet" 1963-11-12 klockan 19:30 (på den tiden låg seminarierna på kvällstid, kanske mest för att Heinz Jacobinski, som var läroverkslektor, skulle kunna vara med), lade fram avhandlingen i februari 1964 och fick sedan ut min licentiatexamen vid en sluttentamen den 21 mars. Denna var ungefär det sista Lars gjorde i Stockholm innan han reste till Stanford den 25 mars och senare därifrån till Princeton.

6.2. Lic-problemet 2000–2005

Fallet med icke-hyperboliska operatorer i det reella fallet är ännu inte avslutat.

Vid konferensen *Nordan 4* i Örnsköldsvik år 2000 tog Lars upp denna fråga i det reella området igen. Han presenterade under ett föredrag den 6 maj ett nödvändigt och tillräckligt villkor på polynomen P och Q_j för att en distribution skall vara ortogonal mot alla exponentielllösningar till begynnelsevärdesproblemet; se Hörmander (2005). Egentligen består villkoret bara av en beskrivning av när divisionsalgoritmen i min lic-avhandling fungerar, men Mikael Passare ville inte uttrycka saken så tydligt i sin skrift (2009:10).

Lars nämner där ett approximationsproblem för hela funktioner — i det allmänna fallet olöst — och han avslutar med: "Approximationsproblem av detta slag har otvivelaktigt mycket större intresse än det approximationsproblem för randvärdesproblem som leder till dem." (Hörmander 2005:9).

7. Princeton

Jag blev i ett brev från Robert Oppenheimer 1965-02-15 inbjuden att vara *Member* under läsåret 1965/66 vid Institute for Advanced Study i Princeton, NJ. Lars var då där, och det var förstås han som ordnat allt för mig.

Det blev ett ytterst värdefullt år på alla sätt, både matematiskt, personligt och kulturellt. Jag var där med Astrid och vår son Dan, som fyllde två år under hösten. Vi kom dit tidigt, redan någon av de första dagarna i juli innan terminen börjat, och medan Lars och Viveka var i Sverige. Vi fick bo i deras hus (som Vidar redan visat en bild av) under sommaren — ett fantastiskt erbjudande. Som en ringa motprestation tog vi hand om deras hund Shilly-Shally (som Vidar förutseende nog redan visat en bild av).

Lars höll en föreläsningsserie på institutet med titeln "Pseudo-differential operators and boundary problems" med början 1966-01-13 och tolfte och sista gången 1966-03-31. Det utgjorde en vidareutveckling av de föreläsningar han hållit i Stockholm i maj 1965.

Vidare höll Lars ett seminarium inom ramen för *The Current Literature Seminar*, 1966-02-02 16:40, för exakt 47 år sedan, om "The Lefschetz fixed point formula for elliptic complexes".

¹Detta stycke nämndes endast kortfattat under anförandet.

Själv talade jag 1965-12-06 15:00–16:00 på *Members' Seminar in Mathematics* under titeln "On the localization of analytic functionals".

Arne Beurling (1905–1986) var också i Princeton, och han och hans hustru Karin Beurling bjöd in oss till sitt hem under sommaren 1965. Men det blev tyvärr den enda gången som jag träffade Arne Beurling där: han blev strax efteråt sjuk och var inte på institutet under hela den tid jag var i Princeton. (Jag träffade honom senare i Uppsala och på Institut Mittag-Leffler.)

Jag kunde däremot ha ständig kontakt med Lars och skrev under året på en uppsats om tillväxt hos hela funktioner och om analytiska funktionaler. En annan värdefull kontakt var Miguel Herrera (1938–1984), som jag studerade residyteori med.

8. Disputation

I Princeton hade jag skrivit färdigt min tredje uppsats, och på mina tre artiklar kunde jag disputerar för doktorsgraden vid Stockholms universitet den 3 december 1966. Fakultetsopponent var Nils Nilsson från Lund. (Fördelen jämfört med den senare införda doktorsexamen var att jag kunde bli oavlönad docent strax efteråt.)

Medan min lic-avhandling, som utgjorde första delen av doktorsavhandlingen, kommit till genom Lars' explicita formulering av ett forskningsproblem, var de två andra uppsatserna mera indirekt inspirerade av sådant som jag lärt mig av honom, och jag leddes till problemen i dem av det faktum att divisionsalgoritmen inte fungerade för alla operatorer i det reella. Inte heller har jag författat något pek tillsammans med honom, vilket till exempel Jan Boman och Ragnar Sigurðsson gjort — Jan har en (1999) och Ragnar två publikationer (1989, 1998) gemensamma med Lars. Därför känner jag inte till Lars' forsknings- och författarmetoder lika väl som Jan och Ragnar gör.

9. Opponent i Lund

Vid tre tillfällen har jag varit opponent i Lund; vid två av dessa för elever till Lars.

Första gången var när Jan Persson, autodidakt, född omkring 1928, död 1996, disputerade här 1967-03-18. Det var enda gången jag träffade Marcel Riesz (1886–1969). Två år senare, 1969-06-16, yttrade jag mig över Jan Perssons ansökan att bli oavlönad docent vid Göteborgs universitet.

Nästa gång var när Arne Enqvist disputerade 1974-05-27.

Det tredje tillfället var när Ragnar Sigurðsson — här närvarande — disputerade 1984-10-20. Jag refererade Ragnars resultat på seminariet i Uppsala den första och den 15 oktober 1984. Ragnar kom sedan till Uppsala och talade själv på detta seminarium litet senare, den 19 november.

Ragnar blev senare oavlönad docent i Umeå och jag var vid det tillfället sakkunnig (yttrande 1998-09-23).

Jag vill även nämna att jag var ledamot i betygsnämnden när Erik Andersén disputerade här i Lund 1995-01-27. Anders Melin — här närvarande — hade varit hans handledare.

10. Två satser

Jag studerade analytisk fortsättning av fundamentallösningar till partiella differentialoperatorer med konstanta koefficienter, och talade om ämnet på Banach Center i Warszawa 1990-11-28. Det var tänkt som ett alternativ till Lars' konstruktioner av fundamentallösningar, som finns i hans böcker (1963: Theorem 3.1.1 och 1983: Theorem 7.3.10), där han flyttar integrationsvägen från det reella ut i det komplexa, medan jag behöll integration i det reella och ville undersöka analytiska fortsättningar av fundamentallösningarna. Lars verkade ointresserad av detta synsätt, så jag lade det åt sidan.

Mikael Passare och Ragnar Sigurðsson uppmuntrade mig. Jag tog så upp det igen och kunde få det publicerat i Toulouse (2011).

Det finns en konflikt mellan å ena sidan fundamentallösningarnas lokala regularitet och deras tillväxt i oändligheten: det finns alltid en tempererad fundamentallösning, men den har inte alltid

bästa regularitet, och en fundamentallösning med bästa regularitet kan växa för fort för att vara tempererad.

Lars och Arne kunde hjälpa mig med det senaste om regularitet hos fundamentallösningar — även om detta inte var huvudtemat i min artikel — och Lars bevisade två satser, som jag med hans tillstånd tog in i min uppsats (2011:156). Den första satsen skickade han till mig 2010-11-08; den andra, som var starkare, 2010-12-31. Dessa resultat är utomordentliga komplement till dem som tidigare var kända från Lars' bok och Arnes uppsatser. Lars skrev om den första satsen: "Det här borde kanske ha varit med i min bok men det är för sent nu." (Lars Hörmander, brev 2010-11-04).

Vid den europeiska kongressen i Kraków i juli 2012 talade jag med Nils Dencker och föreslog att han skulle hjälpa Lars att få satserna publicerade med bevis. Men Nils svarade senare att Lars var alltför svag och inte borde störas. Vi får nu hoppas att bevisen kommer ut postumt.

11. Till slut

Det finns bara ett sätt att avsluta detta anförande:

Ingen människa har varit så viktig för min intellektuella och vetenskapliga utveckling som Lars.

Referenser

- Boman, Jan; Hörmander, Lars (1999). A Paley-Wiener theorem for the analytic wave front set. *Asian J. Math.* **3**, no. 4, 757–769.
- Gaudeamus* (1957), nummer 7, 1957-10-19.
- Gel'fand, I. M.; Šilov, G. E. (1953). Fourier transforms of rapidly increasing functions and questions of uniqueness of the solution of Cauchy's problem [på ryska]. *Uspehi Matem. Nauk (N.S.)* **8**, no. 6(58), 3–54.
- Gel'fand, I. M.; Šilov, G. E. (1957). Fourier transforms of rapidly increasing functions and questions of the uniqueness of the solution of Cauchy's problem. *Amer. Math. Soc. Transl. (2)* **5**, 221–274. (Översättning av (1953).)
- Hörmander, Lars (1955). La transformation de Legendre et le théorème de Paley-Wiener. *C. R. Acad. Sci. Paris* **240**, 392–395.
- Hörmander, Lars (1963). *Linear partial differential operators*. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, 116. Berlin et al.: Springer-Verlag, vii + 287 pp.
- Hörmander, Lars (1966). *An introduction to complex analysis in several variables*. Princeton, NJ, et al.: D. Van Nostrand Co., Inc. x + 208 ss.
- Hörmander, Lars (1983). *The analysis of linear partial differential operators. I. Distribution theory and Fourier analysis*. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 256. Berlin: Springer-Verlag. ix + 391 ss.
- Hörmander, Lars (1994). *Notions of convexity*. Progress in Mathematics, 127. Boston, MA: Birkhäuser. viii + 414 ss.
- Hörmander, Lars (1998). On the Legendre and Laplace transformations. *Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4)* **25** (1997), no. 3-4, 517–568.
- Hörmander, Lars (2005). Approximation av lösningar till randvärdesproblem samt av hela funktioner. **I**: [Passare, Mikael (Red.)]. *Nordan Fyra*, ss. 8–9. Resuméer från Nordan 4, som hållits i Örnsköldsvik 2000-05-05–07, 18 pp. [Stockholm: Stockholms universitet 2005.]
- Hörmander, Lars; Sigurdsson, Ragnar (1989). Limit sets of plurisubharmonic functions. *Math. Scand.* **65**, no. 2, 308–320.
- Hörmander, Lars; Sigurdsson, Ragnar (1998). Growth properties of plurisubharmonic functions related to Fourier-Laplace transforms. *J. Geom. Anal.* **8**, no. 2, 251–311.
- Kiselman, Christer O. (1964). *Existens och approximation av holomorfa lösningar till randproblem i konvexa områden*. Licentiatavhandling framlagd vid Stockholms universitet, godkänd 1964-03-21.
- Kiselman, Christer O. (2011). Analytic continuation of fundamental solutions to differential equations with constant coefficients. *Actes du colloque "Analyse Complexe et Applications" en l'honneur de Nguyen Thanh Van. Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse, Mathématiques*, (6), **20**, Fascicule Spécial, 153–182.
- Malgrange, Bernard (1956). Existence et approximation des solutions des équations aux dérivées partielles et des équations de convolution. *Ann. Inst. Fourier, Grenoble* **6** (1955–1956), 271–355.
- Passare, Mikael (2009). Christer Kiselman's mathematics. **I**: *Complex analysis and digital geometry*, pp. 9–26, Acta Universitatis Upsaliensis, Skrifter rörande Uppsala universitet, C. Organisation och Historia, 86, Uppsala: Uppsala universitet.

Några av Lars Hörmanders föreläsningar 1957–1967

<i>Termin</i>	<i>Ämne</i>
1957 HT	Lokalt kompakta grupper, 3 timmar
1958 VT	Seminarier tillsammans med Otto Frostman, varannan tisdag Algebra för 3 och 4 betyg, 2 timmar Räkneövningar för 3 och 4 betyg, 1 timme Seminarier tillsammans med Otto Frostman, varannan tisdag Seminarier: Riemannska ytor, tillsammans med Olof Hanner, 2 timmar
1958 HT	Distributionsteori, 3 timmar Seminarier tillsammans med Otto Frostman, varannan tisdag
1959 VT	Fourieranalys, 3 timmar Partiella differentialekvationer (seminarier), 2 timmar
1959 HT	Integrationsteori, 3 timmar Partiella differentialekvationer (seminarier), 2 timmar
1960 VT	Funktionalanalys, 3 timmar (total 40 timmar) Seminarier varannan tisdag
1960 HT	(I Princeton)
1961 VT	(I Princeton)
1961 HT	Lineära partiella differentialekvationer. Seminarier
1962 VT	Lineära partiella differentialekvationer. Seminarier
1962 HT	Flera komplexa variabler. Seminarier
1963 VT	Flera komplexa variabler. Seminarier
1963 HT	Seminarier om konvexa och subharmoniska funktioner
1963-09	Likafördelning modulo 1 (seminarium den 17 september)
1963-10	L^2 -metoder för $\bar{\partial}$ -operatoren (tre seminarier den 8, 15 och 22 oktober)
1965-05	Pseudodifferentialoperatorer och randvärdesproblem (fyra dubbel föreläsningar i Stockholm den 13, 14, 25 och 26 maj)
1966-01–03	Pseudo-differential operators and boundary problems. Institute for Advanced Study, Princeton, NJ. Tolv föreläsningar 13 januari – 31 mars.
1967-05	Hypoelliptiska operatorer av andra ordningen. Sex dubbel föreläsningar i Lund, varav de fem sista gångerna var den 5, 9, 10, 16, 17 maj

—

Några händelser i mitt liv som rör Stockholm eller Lund

1957-08-27	Inskriften på Stockholms högskola, Matematisk-naturvetenskapliga fakulteten (avdelningen)
1958-03-04	Inskriften på Stockholms högskola, Humanistiska fakulteten (avdelningen)
1957-12-18	Matematik 1,5 betyg, Otto Frostman
1958-05-29	Matematik 2,5 betyg, Olof Hanner
1958-05-31	Teoretisk filosofi 2,5 betyg, Stig Kanger
1958-06-23	Astronomi 2,5 betyg, Bertil Lindblad
1959-05-30	Matematik 4,5 betyg, Olof Hanner
1960-06-01	Meteorologi 2,5 betyg, Bert Bolin
1964-03-21	Matematik, licentiatexamen, Lars Hörmander
1966-12-03	Disputation för filosofie doktorsgrad. Fakultetsopponent Nils Nilsson
1966-12-22	Utnämnd till oavlönad docent
1967-03-18	Fakultetsopponent vid Jan Perssons disputation för filosofie doktorsgrad i Lund
1974-05-27	Fakultetsopponent vid Arne Enqvists disputation i Lund
1984-10-20	Fakultetsopponent vid Ragnar Sigurðssons disputation i Lund
1995-01-27	Ledamot av betygsnämnden vid Erik Anderséns disputation i Lund

Några minnen från min tid med Lars Hörmander

Vidar Thomée

Jag vill berätta litet om mina minnen från min gemensamma tid med Lars Hörmander, och detta gäller huvudsakligen en period då vi båda var unga, för mer än 50 år sedan.

Man kan nog säga att jag var Lars första doktorand – jag återkommer till detta litet senare – men jag började egentligen mina forskarstudier hösten 1953 i Lund för den nytillträdande professorn Lars Gårding, som just återkommit från en vistelse i USA. Lars Hörmander var under min första tid i Lund en sägenomspunnen geniförklarad ung begåvning, som blivit fil lic vid 20 års ålder 1951, men som kändes något avlägsen för mig. Han hade just hållit ett imponerande föredrag på sommaren vid den Skandinaviska Matematikerkongressen som denna gång hölls i Lund. Under mitt första år som forskarstuderande tror jag att Lars H låg i lumpen, vid FOA i Stockholm. Det matematiska livet i Lund dominerades av Marcel Riesz, som väl får anses som lärare till båda Larsarna. Det var en fin miljö och bland de utmärkta lärarna som jag hade haft i mina förberedande studier märktes särskilt Carl Hyltén-Cavallius och Lennart Sandgren som båda representerade den pedagogiska tradition som väl startade med Marcel Riesz.

Första gången jag hade en seriös personlig kontakt med Lars H var hösten 1954 då han återkommit till Lund från Stockholm. Det matematiska seminariet, som sammanträdde en gång i veckan, leddes just då av Lars G. och det skulle nu bjudas på en serie av två föreläsningar av Lars H om allmän topologi enligt Bourbaki. Efter den första föreläsningen fick jag erkänna för mig själv att jag nog inte hade förstått så mycket, och detta anförtrorde jag en kollega och kamrat. Denne min snälle vän inrapporterade detta till Lars G, som omedelbart bestämde hur denna situation skulle hanteras: ”Då får Thomée hålla det andra föredraget.” Så Lars H blev beordrad att till den följande veckan träna upp mig så att jag kunde leverera det föredrag han själv skulle ha hållit. Det var naturligtvis hårt arbete för oss båda, men programmet genomfördes, och jag tror att jag lärde mig något väsentligt av erfarenheten. Hylta-Calle tyckte att jag hade låtit som en papegoja.

Från Lundatiden kommer jag också ihåg att flera av oss yngre med stöd av Thorild Dahlgrens stipendiefond skickades att delta i den internationella matematikerkongressen i Amsterdam 1954, och Lars var en av kamraterna på den gemensamma tågresan. Själv var jag säkert alldeles för omogen för att motivera kostnaden, men jag har fina minnen därifrån och kan säga att jag en gång hört John von Neumann föreläsa.

Våren 1955 hade jag kommit fram till att min begåvning ej skulle räcka till matematisk forskning, och jag avslutade mina studier med en mager fil lic-examen. Sedan följde militärtjänst och ett halvår av arbete i Göteborg. Under tiden disputerade Lars och blev docent hösten 1955, som vi alla vet på en uppseendeväckande avhandling, och blev snabbt ett världsnamn. Strax därefter åkte han till USA, där han besökte University of Chicago, University of Minnesota och New York University, och skaffade sig nya kunskaper och många kontakter.

Jag upptäckte ganska snabbt att det varit ett misstag för mig att lämna matematiken som ju var så mycket roligare än annat att jag trots min oförmåga ville återvända. När jag pratade med Lars G om detta kunde han inte erbjuda mig någon anställning i Lund utan rekommenderade mig att försöka vid KTH i Stockholm. Det hade nu blivit klart att Lars H skulle tillträda som professor vid Stockholms Högskola våren 1957, och han skulle nog kunna tänkas ta hand om min fortsatta utbildning. Jag flyttade därför till Stockholm i september 1956 och började som assistent på KTH. När Lars anlände hade jag alltså installerat mig. Jag bad att få bli hans elev vilket beviljades, och jag blev därmed hans förste doktorand. Genom mina studier i Lund var jag relativt väl förberedd och tillhörde ju samma skola som Lars. Jag lyckades så småningom byta min anställning vid KTH till en assistenttjänst vid Stockholms Högskola och kom de närmsta åren att leva mitt liv vid matematiska institutionen på Kungstensgatan. Där fanns då de båda professorerna Otto Frostman och Lars H, samt ett antal yngre lärare, som Olof Hanner, Hans Riesel och Lennart Busch. Jag fick också flera kollegor som forskarstuderande, de flesta licentiander, som Göran Björck, Lars Nystedt, Benny Brodda samt Stefan och Brita Schwartz, varav några handledes av Lars. För oss yngre fanns det under de första åren inga arbetsrum, bara två hyggliga rum för

professorerna. Vi andra fick nöja oss med kanske någon skrivplats i biblioteket. Så småningom inrättade jag en arbetsplats åt mig själv på Mittag Lefflerinstitutet, där Otto härskade. Någon uppvärmning fanns inte där, så det var kallt på vintern och jag hade med mig en elkamin.

Med vår gemensamma lundensiska bakgrund kom Lars och jag att umgås även privat och familjevis. Vår ålderskillnad var inte så stor, bara $2\frac{1}{2}$ år. Jag tror att Lars först bodde tillfälligt på Mittag Leffler-institutet, men sedan skaffade Lars och Viveka en lägenhet i Björkhagen, där vi hade förmånen att hälsa på vid ett antal tillfällen. Vår egen första lägenhet låg på Alströmergatan på Kungsholmen och var 28 kvadratmeter stor. Vi hade inte precis några matsalsmöbler utan fick rigga upp ett hopfällbart spelbord när vi skulle äta och t.ex. ha Lars och Viveka på middag.

Det var naturligtvis ett privilegium att få arbeta under Lars under hans år i Stockholm. Han var en strålande presentatör av matematik, både skriftligt och muntligt, och hans föreläsningar var mycket genomarbetade och innehållsrika. Han utarbetade under denna period den första versionen av sin berömda bok "Linear Partial Differential Operators", som kom ut 1963, och som en del av detta arbete föreläste han om materialet, vilket möjliggjorde för honom att fundera över presentationen och att testa den på oss. Även i Stockholm hölls ett matematiskt seminarium på en fix veckotid, och det ingick i min utbildning att ibland hålla föredrag i seminariet, om viktiga matematiska resultat föreslagna av Lars.

Jag kom att till en början fortsätta på det vetenskapliga arbete som jag påbörjat under Lars G. Lars H var mycket noga med presentationen av matematiska resultat även för sina elever. Man fick lämna in sitt manuskript som sedan kritiserades på ett konstruktivt sätt för att omarbetas. Lars var alltid generös med sin tid och sina råd, och var aldrig negativ mot mig, men det kändes ganska tufft ibland att vara i närheten av en så skicklig och kunnig person. Lars G påminde mig en gång om följande episod från mina studier: Jag hade alltså arbetat ganska hårt under en period och hade nu kommit på hur jag skulle kunna få en weekend ledig – jag skulle lämna in en ny version till Lars sent på fredag eftermiddag. Detta gjorde jag och åkte hem för att äta en god middag och ta det lugnt. Men ungefär när vi satte oss till bords ringde det på telefonen, och det var Lars som meddelade att nu hade han läst min senaste version och hade ett antal förslag. Det skulle väl vara bra om jag kunde åtgärda dem, till måndag förmiddag?

Lars och jag ägnade oss inte bara åt matematik. Våren 1959 åkte vi på bådars första skidsemester i Härjedalsfjällen. Ingen av oss hade väl stor erfarenhet av skidåkning från Skåne och Blekinge, och jag kommer ju ihåg hur jag började öva skidåkning ute vid Drottningholm. Vi åkte upp till Härjedalen med Lars bil och hade en trevlig vecka tillsammans.

Jag blev inte den förste som disputerade under Lars, för det var Germund Dahlquist, som emellertid egentligen var autodidakt – han hade blivit fil lic redan 1949 under Fritz Carlson och var nu chef för matematikmaskinnämnden och dess dator BESK. Han hade under en längre tid arbetat med numerisk analys av ODE och ville nu disputera på sina arbeten. Han bad Lars om att hålla i detta och fick då också hjälp med utformningen av sin avhandling. Han disputerade hösten 1958 och blev sedan Sveriges först professor i numerisk analys.

Så småningom disputerade alltså även jag, i maj 1959, klädd i frack, med den amerikanske matematikern William F. Donoghue, Jr som fakultetsopponent, Jan Boman som andre och Åke Samuelsson som tredje opponent. Donoghue tillbringade en sabbatsperiod i Stockholm för att sitta vid Lars fötter. Jag blev docent och verkade som sådan några år.

Under min första tid som docent blev jag upprörd av professorn Harald Bergström i Göteborg och ombedd att vikariera för honom några månader vid Chalmers, då han skulle åka till USA. Jag frågade Lars till råds och han menade att om jag bara var intresserad av pengar så kunde jag acceptera, men om jag var något intresserad av matematik borde jag bli kvar i Stockholm. Jag åtog mig trots allt vikariatet, bland annat eftersom jag hade släktingar i Göteborg, och kanske kom detta att medverka till att jag senare flyttade dit permanent.

Efter min disputation hjälpte Lars mig till en postdoc-termin vid NYU våren 1961, då Courant fortfarande levde, och med mig hade jag min familj. Detta kom att bli en mycket viktig tid för mig genom att jag träffade flera personer som arbetade med numerisk analys i en mer seriös matematisk mening än som varit vanligt tidigare, som Peter Lax, Eugene Isaacson och Herb Keller, med vilken senare jag skrev ett arbete. Där lärde jag även känna Fritz John som under kriget arbetat med numeriska problem och skrivit ett berömt arbete. Detta kom att påverka min matematiska inriktning, vilket visade sig vara ett bra beslut för min del. Den numeriska analysen befann sig i början av ett intensivt utvecklingsskede, med problem som kanske inte var lika svåra som dem som Lars arbetade med, och eftersom de intressanta problemen rörde lösning av partiella differentialekvationer hade

jag mycket stor glädje och nytta av det Lars lärt mig. Under vår tid i New York besökte vi Lars och hans familj i Princeton där Lars tillfälligt verkade vid Institute for Advanced Study vid denna tid.



Lars hjälpte mig sedan också att få besöka Stanford-universitetet i Kalifornien, där jag fick vara lärare i en sommarkurs i lineär algebra för en grupp gamla officerare som skulle omskola sig till skollärare. Lars verkade ju under denna tid själv på deltid vid Stanford och vi träffades socialt där under denna sommar och även under någon senare sommar – jag fick liknande uppdrag där 1963 och -64.

År 1962 sökte och fick jag en tjänst som laborator i matematik vid Chalmers och flyttade dit. Samma sommar ägde den Internationella Matematikerkongressen rum i Stockholm, där ju Lars fick Fieldsmedaljen. Eftersom jag arbetat i Stockholm fick jag vara springpojke i kongressadministrationen. Lars flyttade strax efteråt till Stanford och sedan vidare till Princeton. Dessa händelser kom att innebära slutet av den period som Lars och jag arbetade vid samma institution.

Vi uppehöll kontakten och jag hälsade på honom och Viveka i deras fina hus i Princeton under ett besök i USA 1965. Samma år företog vi en gemensam resa till Norge på sensommaren för att vandra i Jotunheimen, någon vecka efter det att Lars dotter Sofia och min Sara fötts. Vid detta tillfälle deltog även den polske matematikern Bogdan Bojarski som just då besökte Chalmers.

Läsåret 1967-68 tillbringade jag vid University of Maryland, och detta var också Lars sista tid vid Princeton

innan han återvände till Sverige för en professur i Lund. Vi lyckades bjuda in honom att hålla ett föredrag vid universitetet och tillsammans med Viveka och Sofia besökte han oss och bodde över i vårt hyrda hus.

Vid något senare tillfälle bjöd jag in Lars att hålla föredrag vid vår institution i Göteborg och äta middag hemma hos oss. Vi besökte även honom och Viveka på deras sommarställe på Stora Askerön nära Stenungsund, och fick någon gång åka med i Lars segelbåt.



På senare år var våra kontakter relativt sporadiska. Vi möttes ju regelbundet vid KVAs och Mittag-Leffler-institutets sammanträden och vid sådana tillfällen promenerade vi ibland tillsammans och pratade som gamla vänner. Lars slutade så småningom att bevista dessa sammanträden och då talades vi ibland vid på telefon.

Sista gången jag träffade Lars personligen var för några år sedan då min fru och jag kom förbi Lund vid en bilresa i Skåne och sökte upp honom. Vi blev väl mottagna av honom och Viveka, som bodde i samma hus. Vi pratade om gamla minnen och om våra respektive liv, och han nämnde att han fortfarande arbetade med matematik litet varje dag, men att det inte fungerade så bra längre. Under Lars sista år då han var mycket sjuk ville han inte ha besök. Jag talade ibland med Viveka om honom. Han hade tydligen stora krafter som gjorde att han levde längre än man hade väntat.

Jag kan inte överdriva vilken förmån det är att ha fått vara Lars elev, och hur mycket det påverkat mitt liv.

Tal minnesdagen den 2 februari 2013

Nils Åslund

Först vill jag varmt tacka arrangörerna för ynnesten att få delta vid denna minnessammankomst. Till skillnad från merparten av deltagarna har jag aldrig varit elev till Lars Hörmander. Han var alltså aldrig min akademiske lärofader, men det var här, i lärdomsstaden Lund, som vi en gång träffades. Det hände hösten 1949.

Vi var då 18 år gamla, lika gamla, på några dagar när. Vi höll kontakt med varandra allt sedan dess, så länge det alls gick att kommunicera. Tidigt fann vi, att vi hade lätt att finna samtalsämnen, och under vår samtida vistelse i Lund, 3 år totalt, träffades vi ofta och gärna.

Till detta bidrog nog, att vår samtalsstil lämnade spelrum för åtskilliga roligheter och verbala tillspetsningar. När det gällde roligheter i största allmänhet, så var Lasse å andra sidan ganska sparsmakad. Men detta till trots fann vi alltså ofta vägar till muntra leenden.

Våra gemensamma minnesbilder spänner över många år och inbegriper små som stora episoder. Till de verkligt stora hör givetvis hans disputation, i oktober 1955. Jag är nog den ende deltagaren här vid denna sammankomst, som satt med vid podiet vid detta tillfälle. Tyvärr gör mitt skröpliga minne, att jag inte har mycket att berätta från denna historiska händelse. Min uppgift där som 3:e opponent var ju att svara för några lättsamma inslag mot slutet av denna för övriga agerande andligt krävande akt.

Jag försökte få ut en poäng ur den språkliga förbistring, som förevarit. Avhandlingen var skriven på engelska, 1:e opponenten, Jacques-Louis Lions, talade franska, och 2:e opponenten, Bent Fuglede talade danska. Min opposition inledde jag på ungerska. Jag hade så gott jag kunde övat in ett antal uttryck på detta vidlyftiga språk: Jó napot kívánok, kezét csókolom etc.

Valet av vilket språk, som till sist skulle användas, fick Lasse avgöra genom att dra ett kort ur en kortlek, som jag höll fram. Förhoppningsvis skulle publiken se, att det understa kortet var på kinesiska. Dessbättre drog inte Lasse just det kortet. Alla dom övriga var på tyska.

Som jag minns var det ungefär så det gick till, men det finns kanske skäl att här sticka in ett citat från mästaren inom citatkonstens område, Marcel Riesz: "Bei der Erzählung einer lustigen Geschichte soll man sich nicht allzuviel von den Zufälligkeiten der Wirklichkeit beeinflussen lassen." Det är tillämpligt också på ett och annat i fortsättningen på mitt anförande.

Jag minns inte hur Lasse och jag kom att lära känna varandra. Möjligen var det som frukostgäster på Konviktet eller när vi sökte efter var sin tidning på Atheneum. Jag tror det var där han vid ett tillfälle nämnde för mig, att han gärna skulle gå tillbaka till sitt inackorderingsrum för att lyssna på radioteatern, men att den hyrda radioapparaten inte fungerade. Radioteknik hade intresserat mig redan som skolpojke, och det slog mig, att felet borde gå att fixa relativt lätt.

Någon gång senare följde jag med honom hem till rummet och tog mig an saken. Jag misstänkte, att grafitiskt på volymkontrollens potentiometer var utslitet. Jag använde min blyertspenna för att stryka på ett nytt, provisoriskt skikt, och apparaten gav åter ljud ifrån sig. Jag tror Lasses kommentar var, att han var van vid att lösa problem med papper och penna, men att det tydligen fanns dom, som nöjde sig med pennan.

I vårt umgänge i Lund ingick bl a cykelturer i stadens omgivning. Dessa fick en fortsättning längre fram i livet i form av fotvandringar på skilda ställen i landet, i Blekinge, Småland och i Roslagen. Lasse lät sig inte hindras av oländig terräng eller otjänlig väderlek, så expeditionerna kunde ibland vara fysiskt påfrestande för beledsagaren. En cykeltur från Lund minns jag väl, men främst av andra skäl. Under utfärden fick Lasse idén, att vi oanmällda skulle besöka hans syster ute på den skånska landsbygden. Men vi underskattade restiden och kom inte fram förrän sent på kvällen.

Som jag minns var det släckt i huset, där den ensamboende lärarinnan residerade. Genom fönsterknackning lyckades Lasse påkalla systemens uppmärksamhet, och sedan han identifierats blev vi välvilligt insläppta och väl trakterade av den vänliga systemen inför den nattliga återfärden till Lund.

En mera avsedd skrämseleffekt stod vi för under den karneval vi gemensamt upplevde i Lund. Det låg nog inte för Lasse att maskera sig för själva karnevalståget, men någon delaktighet tyckte vi oss böra ha. Propert klädda i svart kostym, vit skjorta och svart slips och rörande oss med nästan sakral värdighet visade vi runt besökarna bland hemskheterna i den s.k. "Spökkällaren" under Akademiska Föreningens byggnad. I jämförelse med vad som avkrävdes andra agerande studenter i källaren i fråga om förställningskonst och, åtminstone i ett fall, i fråga om konsumtionsförmåga, kom vi nog ganska lindrigt undan.

Någon anknytning till matematikernas krets bör väl i alla fall mitt lilla anförande ha. Den får ta formen av en berättelse, vars sanningshalt jag inte kan svara för, men som jag blivit delaktig av tack vare Lasse. Den har sitt ursprung i en skräna, som Lasse på något sätt fått höra. Den handlar i första hand om Arne Beurling. Denne vistades ju under långa perioder i Amerika. Han kom att få liten eller ingen användning för ett sommarställe han ägde någonstans uppe i Norrland. Enligt skränan hade han engagerat en lokal fastighetsmäklare för att avyttra stället.

Men denne mäklare präglades av en viss norrländsk sävlighet, och gång efter annan fick Beurling höra, att ingenting hade hänt. Som jag föreställer mig hade Beurling relativt snabbt förlorat tålamodet. Flegmatism var uppenbarligen inte hans favoritdygd. Vid en konfrontation med den senfärdige mäklaren råkade det ligga en uppslagen lokaltidning på bordet, och Beurling fick syn på en annons i tidningen. Det var en vädjan från en grupp pensionerade präster, som gärna ville motta, som gåva, någon lantlig asyl på trakten, i rubriken kallad "Herdarnas Höstsol" eller någonting liknande.

På stående fot, mindre av religiös välgörenhetsiver än på grund av häftigt uppblossad ilska uppdrog Beurling åt mäklaren att omgående verkställa ett överlämnande av egendomen. Någon förhoppning om att den skulle komma till välförtjänt hagsvalelse för herdarna behövde förmedlaren inte överbringa.

Denna skräna hade Lasse berättat för Marcel Riesz, jag förmodar någon gång under den tid, då han var sekreterare hos Marcel Riesz. De båda samtida giganterna inom svensk matematik, Beurling och Riesz, var säkert ömsesidigt intresserade av varandras göranden och låtande. Allt eftersom Lasses berättelse fortskred började ögonen att tindra hos Riesz, och när den avslutats säger han bevekande: "Lars, berätta den en gång till. Från början!"

Under en period, några år efter min lundatid, var jag assistent vid den lilla institutionen för tillämpad matematik på KTH. Lärarstaben bestod av 3 personer, en professor och två assistenter. Professorn hette Carl-Gustav Esséen, framstående matematiker från Uppsala, där han varit elev hos Arne Beurling. En gång, när vi satt tillsammans och gick igenom tentamensskrivningar, berättade jag som avkoppling för Esséen i min tur skränan. När jag kom till berättelsens clou, dvs Marcel Riesz inpass, blev jag emellertid avbruten av den vänlige Esséen: "Nils, det var en sak jag inte uppfattade. Skulle Du vilja berätta det hela en gång till? Alltihop!"

Som avslutning återvänder jag till Lars Hörmanders disputation. Vid middagen efteråt blev jag placerad bredvid Marcel Riesz. Det fanns beröringspunkter mellan oss sedan tidigare. Dels hade jag tenterat muntligt för honom, men framför allt hade jag varit sk sexmästare vid Matematiska Sällskapet. En ganska delikat uppgift för sexmästaren under denna epok, dvs under motbokens tidevarv, var att gå runt och förhöra sig, om någon hade någonting kvar, som kunde köpas ut till fromma för Sällskapets förestående sammankomst.

Det kan inskjutas, att varken Lasse eller jag ännu anförtröts egna motböcker av stadens makt-havare, eftersom vi inte uppnått 24 års ålder. Vi gjorde tappra försök, jag minns att han som bevekelsegrund anförde de representationsplikter han ådragit sig i egenskap av nyutnämnd amanuens på matematikinstitutionen, men detta gav ingen dispans. Alltnog, en uppvaktning jag som sexmästare pliktskyldigast gjorde hos Marcel Riesz gav, vad gällde nyssnämnda punkt, synnerligen mager utdelning.

Under middagen, för att återgå till denna, vände sig Marcel Riesz till mig och säger: "Åslund. Lyssna! Den vackra fjärilen har lämnat förpuppningsstadiet. Blir det bra?" Jag minns inte, om Marcel Riesz använde den formuleringen i sitt följande middagstal, men andemeningen i metaforen är

uppenbar. Disputationen var förvisso en höjdpunkt, men mer stod att vänta, spektakulära saker, en förutsägelse, som ju i högsta grad gått i uppfyllelse.

Till sist ber jag få visa 4 fotografier från det förgångna.



Lars Hörmander – några minnen

Anförande vid Minnesdagen i Lund 2013-02-02

Jan Boman

Jag vill tacka arrangörerna för initiativet att anordna denna minnesdag, som ger oss tillfälle att tillsammans minnas Lars Hörmander, som har betytt så mycket för oss.

Jag vill berätta kort om mina kontakter med Lars under olika perioder och på vägen säga några ord om hur jag har upplevt Lars.

Efter studier på KTH, Teknisk Fysik, 1951 – 55 fortsatte jag med matematik med Göran Borg som handledare. Efter några år började det kännas motigt och jag visste inte riktigt vad jag skulle hålla på med inom matematiken. Göran Borg hade vid det laget flyttat sitt fokus till administration på hög nivå och skulle några år senare bli rektor för KTH. Men 1957 blev Lars Hörmander utnämnd till professor på Stockholms Högskola och jag började gå på hans föreläsningar, först om distributionsteori, sedan om Fourieranalys. Det var lysande föreläsningar, jag lärde mig mycket och blev kolossalt inspirerad. I samband med en USA-resa under sommaren 1961 besökte jag Lars i Princeton och vi överenskom att jag skulle börja som assistent vid Stockholms Högskola och studera med Lars som handledare.

Det blev några fantastiska år. Under läsåret 1961/62 föreläste Lars om partiella differentialekvationer enligt sitt manuskript till boken som skulle komma ut på Springer 1963. Lars gav mig ett ämne som gällde fortsättning av reellanalyticitet för allmänna partiella differentialekvationer (PDE). Jag behövde använda tekniken med olikheter för C^∞ -funktioner med kompakt stöd, och eftersom jag skulle bevisa att en lösning var reellanalytisk, skulle jag ha behövt reellanalytiska funktioner med kompakt stöd. Men det finns som bekant inga reellanalytiska funktioner med kompakt stöd förutom noll-funktionen. Lars lärde mig därför att jag kunde bevisa min sats för en godtycklig icke kvasianalytisk Denjoy-Carleman klass $C(M_n)$ av C^∞ -funktioner, och därefter använda Thøger Bangs sats som säger att snittet av alla icke kvasianalytiska klasser är lika med den analytiska klassen. När jag hade skrivit ett nästan färdigt manuskript berättade Lars att han just hade sett i arbeten av Leon Ehrenpreis att man kan konstruera sviter ψ_n av C^∞ -funktioner med stöd i en fix kompakt mängd, lika med 1 på en något mindre mängd, och vars derivator uppfyller (nästan) likadana estimat som reellanalytiska funktioner för derivator av ordning upp till n . Om jag använde sådana sviter av avskärningsfunktioner så skulle jag helt slippa allt tal om Denjoy-Carleman-klasser i uppsatsen. Jag minns fortfarande att jag blev besviken, för stora delar av mitt manuskript, som jag förstås hade lagt ned arbete på och var ganska nöjd med, blev överflödiga. Men Lars insisterade: tekniken med sviterna av avskärningsfunktioner var så viktig att den hade ett intresse i och för sig, och därmed skulle mitt arbete i hög grad vinna på att skrivas om enligt hans förslag.

Motvilligt gjorde jag som Lars sade. I efterhand är det lätt att inse hur rätt Lars hade. Dessa sviter av avskärningsfunktioner utgör nu ett tekniskt fundament för en hel bransch, nämligen mikrolokal analys i Hörmanders version, genom att de används för definitionen av den analytiska vågfrontsmängden för en distribution. Såvitt jag vet är mitt arbete det första exemplet på användning av dessa sviter för ett liknande syfte. Som vi strax ska se kom jag emellertid ganska snart att lämna forskningsområdet PDE. Den som tog upp den tappade handsken blev Karl Gustav Andersson i hans doktorsavhandling år 1970. Dessa funktioner kallas därför nu ibland *Andersson-Hörmander functions*. Och kanske har jag mig själv att skylla att de inte heter *Boman-Hörmander functions*.

Jag lärde mig förstås väldigt mycket av detta. För det första att det ofta lönar sig att skriva om manuskriptet en gång till för att förbättra det. Och för det andra att det är angeläget att uppmärksamma vad som är viktigt på längre sikt, i ett större perspektiv.

Men det finns en poäng till i denna historia. I den första versionen av mitt manuskript räckte det inte riktigt att använda Bangs sats om snittet av de icke kvasianalytiska klasserna. Jag kunde nämligen inte använda *alla* icke kvasianalytiska klasser utan endast klasser för vilka följderna M_n uppfyllde ett visst tilläggs villkor. Jag hade därför bevisat en hjälpsats som var något starkare än Bangs sats och närmare bestämt innebar följande: snittet

av alla klasser $C(M_n)$, för vilka följderna M_n uppfyllde detta tilläggs villkor, är lika med den analytiska klassen. Jag kom på en generalisering av denna hjälpsats, som jag lyckades ge en elegant formulering, och den blev en egen publikation.

Låt mig här göra en kort parentes. Lars var kolossalt ärlig; han sade inget som han inte menade, bara för att göra andra på gott humör. Hans beröm var därför inte särskilt frekvent, och i den mån det förekom hade det en egen värdeskala, som vi elever lärde oss. Kanske en överlevnadsstrategi för oss?

Tillbaka till min lilla sats om snitt av Denjoy-Carleman-klasser. Jag minns fortfarande ordagrant vad Lars sade när jag visade honom denna sats vid ett besök hos Lars och Viveka i Skärhamn sommaren 1963, alltså för nästan 50 år sedan. Han sade: "Det här var snyggt! Hur kom du på det här?"

De av er som kände Lars är kanske inte förvånade att jag kommer ihåg den repliken efter 50 år!

Bägge artiklarna publicerades i *Arkiv för matematik* 1964, och artikeln om snitt av Denjoy-Carleman-klasser blev min avhandling för Filosofie Licentiat vid Stockholm Universitet.

Lars kunskaper, snabbtänkt och arbetsförmåga gjorde ett överväldigande intryck på oss elever. Efter att ha tänkt länge på en fråga knackade man på hans dörr, varifrån skrivmaskinsknattret alltid hördes. Oftast kunde Lars svara nästan utan betänketid. Han steg fram till tavlan, skrev några formler och sade "Så här gör man". Skrivmaskinsknattret återupptogs redan innan man hunnit ut genom dörren.

Lars produktivitet var häpnadsväckande. Jag minns att jag ibland föreställde mig att Lars manuskript tog form i hans hjärna så som när Mozart komponerade sina symfonier: fixt och färdigt i första versionen. Jag beklagade mig en gång inför Lars att det tog så lång tid för mig att bli klar med ett manuskript, eftersom jag skrev om så många gånger innan jag blev något så när nöjd.

— Ja, sju gånger brukar jag skriva om, sade jag.

— Jag skriver också om sju gånger, sade Lars. Det gäller att minimera tiden för varje gång.

Lars höga krav på sig själv var uppenbara för alla. Hans föreläsningar var noggrant förberedda och mönstergillt presenterade, och ofta tillhandahölls maskinskrivna föreläsningssanteckningar. Brillanta och hett efterfrågade manuskript hölls hemliga — i vissa fall i årtal — därför att de inte var "tillräckligt bra". Konferenser tackade Lars ibland nej till därför att han "inte hade något att säga".

Kombinationen av Lars mycket höga krav på sig själv och hans nästan ofattbara prestationsförmåga kunde inte undgå att påverka hans omgivning. Jag menar att det inte är konstigt om en del elever i den situationen upplevde att de inte räckte till. Min tro är att de höga kraven inte nödvändigtvis behövde uttalas av Lars, utan att de i många fall så att säga kröp in i personer i Lars omgivning.

Lars höga krav gällde ju för övrigt inte bara oss elever; de gällde alla nivåer och sammanhang, också bedömning av artiklar för publicering i tidskrifter. Därmed blev Lars höga krav internationellt välkända. Jag har hört tidskriftsredaktörer säga att de undvek att be Lars vara referent, eftersom detta med största säkerhet skulle leda till refusering av artikeln.

Jag minns en replikväxling som möjligen berättar något om Lars forskarpersonlighet. Jag nämnde en hypotes för Lars och frågade om han ansåg att den kunde vara något att försöka bevisa. (Tyvärr minns jag inte nu vad saken gällde.) Som vanligt hade jag förstås funderat länge innan jag ställde frågan till Lars. Lars tittade upp ett ögonblick från skrivmaskinen och sade

— Nej, sådant har man inga metoder för.

Och strax återupptogs skrivmaskinsknattret. Jag hade tänkt minst några veckor, kanske mer, innan jag vågade ställa frågan. Men den store mannen ville inte spilla ens några minuter på detta problem *därför att det var för svårt! För svårt för honom!*

Lars löste naturligtvis många svåra problem, men han var inte den forskartyp som kunde tänka sig att använda årtal till att försöka lösa ett enastående problem. Lars visste alltid sådant som han kunde göra med de metoder som han behärskade eller som var inom räckhåll för honom, och han ville göra de sakerna utan oskäligt dröjsmål. Jag tror att man kan säga att det fanns ett drag av otålighet i hans forskartemperament.

För min licentiatexamen hade uppgjorts att jag skulle tentera på de första fem kapitlen i Lars bok, som vid det här laget var tillgänglig för oss i manuskript. Innan jag på allvar hade satt i gång med dessa studier, började korrektoren från Springer droppa in i portioner om något 15-tal sidor. Jag erbjöd mig att hjälpa till med korrekturläsningen, vilket tacksamt accepterades. Under åtskilliga månader träffades Lars och jag varannan vecka för att jämföra våra korrekturläsningar, varvid jag fick förklarat allt vad jag önskade. När vi på så sätt hade gått igenom hela boken tyckte Lars att detta kunde räcka som tentamen. Tentamen på fem kapitel kom

alltså att ersättas av lysande privatlektioner på alla tio kapitlen! Naturligtvis enastående lärorikt!

Under de samtal, om inte förr, lärde jag mig en del om Lars inställning till korrekthet i matematiken. För det första att hade han en ovanlig förmåga att undvika att göra fel, såväl större som mindre. För det andra att han var ytterst kritisk till matematik som inte var helt korrekt.

Med sin doktorsavhandling 1955 hade Lars, tillsammans med Bernard Malgrange och Leon Ehrenpreis, öppnat ett nytt forskningsområde, *allmänna* partiella differentialekvationer. I mer än 200 år hade matematikerna huvudsakligen studerat tre typer av partiella differentialekvationer som alla beskrev fysikaliska fenomen: (1) vågekvationen, som beskriver många olika slags vågrörelse, (2) Laplaces ekvation, som beskriver elektostatisk potentialfördelning, tryckfördelning i stationär vätskeströmning med mera, och (3) värmeledningsekvationen, som beskriver olika slags diffusionsprocesser, och naturligtvis otaliga varianter av dessa tre typer. De tre typerna av partiella differentialekvationer utgör bara en liten del av alla PDE, men eftersom alla de övriga inte beskrev några kända fysikaliska fenomen, visste man inte vilka frågor man skulle ställa angående sådana ekvationer. Inom matematiken, liksom inom andra vetenskaper, är formulering av de rätta frågorna ofta en avgörande ingrediens i framstegen. Och det var precis vad Lars hade gjort i sin avhandling. Därefter kastade sig väldigt många skickliga matematiker snabbt över dessa problem och området kom att utvecklas oerhört snabbt under de närmaste decennierna. De nya metoderna gav också en skjuts åt studiet av de tre gamla typerna av PDE.

År 1964, efter att jag hade arbetat som Lars elev i blott tre år, flyttade Lars som bekant till *Institute for Advanced Study*, och jag stod utan handledare. Jag hade två licentiatexamina enligt den gamla ordningen (forskarutbildningsreformen ägde rum 1969), en Teknologie licentiat från KTH och en Filosofie licentiat från Stockholms Universitet, och man hade kunnat tänka sig att jag nu kunde stå på egna ben. Men forskningsområdet PDE utvecklades som sagt vid denna tid med en rasande fart, och jag kände mycket snart att jag inte på egen hand kunde välja problem och hålla mig orienterad om de nya metoderna. Under flera år kände jag mig osäker på vad jag skulle ägna mig åt inom matematiken. Man kan säga att jag hamnade i en matematisk depression på grund av Lars frånvaro. Det paradoxala är att jag senare skulle drabbas av en matematisk depression på grund av Lars närvaro.

Så småningom kom jag i alla fall på ett ämne för en doktorsavhandling, och jag skrev helt självständigt två artiklar som jag lade fram som doktorsavhandling 1967.

Under år 1967 meddelade Lars oväntat att han ville lämna Princeton och återvända till Sverige, närmare bestämt till Lund, där en professur var ledig. Sedan början av 1968 hade jag en tjänst som docent vid Stockholms Universitet, och jag valde att vistas större delen av höstterminen 1968 i Lund, dit Lars just hade återvänt. Jag hade då en jättechans att återvända till PDE med Lars hjälp, och det kan tyckas besynnerligt — och beklagligt — att jag inte tog denna chans. Emellertid tror jag att jag förstår orsaken. Jag drabbades på nytt av vad jag här har kallat en matematisk depression. Min arbetsförmåga dalade och mitt matematiska självförtroende nådde en ny bottennivå. Trots att vi alla förstod att det var meningslöst att jämföra oss med Lars, tycks jag omedvetet hade börjat göra just det. Jag minns att jag kunde känna mig som om jag stod och försökte bygga hus med en leksaksspade medan Lars stod i närheten och jobbade med en jättelik grävmaskin. Eller kanske var detta något som jag drömde? Jag avslutade min vistelse i Lund med en resa till Kanarieöarna i ett försök att repa mig från min matematiska depression.

Jag vill för säkerhets skull betona att jag har inte har något att förebrå Lars i detta sammanhang. Jag kan inte minnas att han någonsin var ovänlig eller nedlåtande mot mig.

Efter detta gick några år som jag ägnade mig ganska mycket åt undervisning och ett antal år som jag sysslade med så kallad approximationsteori, vilket jag emellertid så småningom tröttnade på.

I början av 1980-talet påbörjade jag ett projekt som jag har kallat "Matematiska problem med anknytning till datortomografi". Med matematiskt språk kan man säga att jag studerade generaliserade Radontransformer, särskilt entydighetsproblem. Jag observerade då att metoder som Lars hade utvecklat var tillämpliga för att bevisa entydighetssatser. Närmare bestämt, metoder som ligger nära Lars bevis för Holmgrens entydighetssats. Jag började läsa Lars stora arbete *Fourier integral operators*, och det blev en intellektuell upplevelse. Här fanns ju redskap av en helt annan styrka och räckvidd än de som jag hade stött på under 1970-talet. Och detta var vad Lars hade sysslat med då jag besökte Lund 1968! Jag frågade mig: var hade jag — mentalt — befunnit mig då?

Nu ville jag lära mig sådana fascinerande och kraftfulla metoder. Kanske kunde jag byta min leksaksspade mot åtminstone en *liten* grävmaskin?

Detta blev början till att jag åter kom att närma mig Lars och hans matematik, vilket jag har haft utomordentligt stor glädje och nytta av under de trettio åren sedan dess. Visserligen har jag aldrig varit i närheten av forskningsfronten i PDE — utom möjligen då jag skrev mitt första arbete under Lars ledning 1962 — men de metoder som har utvecklats inom teorin för PDE, särskilt så som de har framställts i Lars böcker och artiklar, är av mycket stort värde även för den som arbetar i ett angränsande område, vilket är precis vad jag har gjort.

Jag minns att jag på den tiden upplevde 1970-talet som ett bortkastat årtionde i matematiskt hänseende.

Under de senaste decennierna har det därför varit till både stor glädje och nytta för mig att någorlunda regelbundet besöka Lund. Anders Melin, Nils Dencker och Gunnar Sparr — alla här närvarande — och Pavel Kurasov har inbjudit mig att delta som ledamot av betygsnämnder eller som gästföreläsare. En gång bjöd Lars in mig att hålla ett seminarium. Det blev minnesvärt. Jag talade om olika beskrivningar av den analytiska vågfrontsmängden, och jag var pinsamt medveten om att allt som jag sade var mer eller mindre trivialt och välkänt för Lars. Men jag ville ju undvika att tala främst till Lars, vilket lätt skulle kunna innebära att föredraget blev onjutbart för resten av auditoriet, ett alltför vanligt fenomen. På slutet av föredraget hade jag i alla fall en liten nyhet som jag hade tänkt mig skulle vara intressant även för Lars. Men Lars såg genast att min utsaga inte kunde vara sann; jag hade bildat ett gränsvärde av en svit av plurisubharmoniska funktioner som i detta fall inte existerade utan ytterligare förutsättningar! Och Lars hade några år tidigare givit ut boken *Notions of convexity*, som ju innehåller ett lysande kapitel om subharmoniska och plurisubharmoniska funktioner, så det var inte förvånande att han såg felet.

Jag var mycket besviken på mig själv i några dagar, men saken tog snabbt en rolig vändning. Jag fick ett e-brev av Lars där han berättade att han hade funnit mitt uppslag intressant och att han hade funnit en modifiering av mitt argument, som räckte för att visa en obetydligt svagare utsaga, där limes ersätts med limsup på några ställen. Detta ledde till en gemensam artikel, "*A Payley-Wiener theorem for the analytic wave front set*". Den är publicerad 1999, då vi bägge var pensionärer.

Att samarbeta med Lars blev ett stort äventyr. Samarbetet ägde helt och hållet rum per e-post. Det var alltid mycket spännande och roligt att motta Lars brev, som förstås alltid var innehållsrika och intressanta. Men för mig att skriva till Lars tog minst tre gånger så lång tid som det skulle ha tagit att skriva till någon annan. Jag ville inte riskera att skriva något som var fel, och helst skulle det inte heller vara trivialt. Men det var ett försumbart problem eftersom både nöjet och utbytet av korrespondensen var så stort.

Lars inflytande på min matematiska och intellektuella utveckling har varit oerhört stort. Jag är mycket tacksam över att jag har fått tillfälle att lära känna honom.

Berlin under 1800-talet

Jeremy Gray

Sammanfattning

Trojkan Kronecker, Kummer och Weierstrass dominerade matematiken i Berlin under senare hälften av 1800-talet och gjorde den världsledande under en tid. Särskilt Weierstrass förde det nya ämnet analytisk funktionsteori till en av tidens stora framgångssagor. Ändå var resultatet av deras mödor att Berlin hamnade i bakvatten och Weierstrass idéer blev lika ofta marginaliserade som accepterade. Den här artikeln analyserar hur det kunde komma till detta nedslående resultat.

Weierstrass kommer till Berlin

År 1854 publicerade Karl Weierstrass, en 39 år gammal gymnasielärare i Ostpreussen, en artikel som orsakade ett sådant uppseende att han inom två år kallades till Berlin och fick en tjänst i det nya industriinstitutet (Gewerbe-Institut) samtidigt som ytterligare åtgärder vidtogs för att förflytta honom till Berlins universitet, där han 1856 installerades som Professor Extraordinarius.



Karl Weierstrass

Ämnet för hans anmärkningsvärt framgångsrika artikel (W 1854) och den uppföljare som han publicerade två år senare (W 1856) var hyperelliptiska funktioner. Det var ett försök att generera funktioner ur integraler av typen $\int dz/w$, där w^2 är ett polynom i z utan multipla faktorer. Weierstrass metod påminde om det fruktbara sätt på vilket Abel och Jacobi hade visat hur elliptiska funktioner konstrueras genom elliptiska integraler. Jacobi hade emellertid pläderat för att vägen framåt med hyperelliptiska integraler bestod i att betrakta ett antal av dem åt gången och definiera dem i samma antal variabler, där detta antal bestämdes av polynomet i z . Framstegen hade kommit väldigt långsamt och Weierstrass konstruktion av meningsfulla potensserier för dessa funktioner var ett stort framsteg.

Det universitet han anslöt sig till hade grundats 1810 av Wilhelm von Humboldt och byggts upp som en inslag i den preussiska reaktionen på chocken av att ha blivit överkört av Napoleons arméer under dessas väg mot nederlaget vid Moskvas portar. Efter att ha förenat sig med britterna för att besegra Napoleon på slagfältet vid Waterloo satte preussarna igång med att modernisera sin stat. När det gällde matematikens roll inom högre utbildning var deras ståndpunkt att den gamla matematiken med snäv inriktning mot tillämpningar, kombinerad med en viss, ganska tråkig, skolboksmässig ren matematik, hade varit en bidragande orsak till den preussiska arméns svaghet. I stället antog de ståndpunkten att ämnen ska studeras för sin egen skull, och tillämpningar skulle uppstå ur den rikedom som skulle komma att utvecklas. Då Weierstrass namn nämndes i Berlins akademiska kretsar var opinionen till stor del välvillig. Det var bara Dirichlet som tidigt år 1855 efterlyste fler och bättre argument för nykomlingen – och inledde därmed en företeelse i den moderna universitetsvärlden som innebär att alla imponeras av den nya briljanta personen utom de mest krävande ur den äldre generationen. För alla som stödde Weierstrass var det till hjälp att Gauss dog 1855, vid 77 års ålder. Det betydde att en renommérad lärstol blev ledig vid det äldre preussiska universitetet i Göttingen, och den tillsattes 1856 med Dirichlet, som flyttade från Berlin. Hans tjänst tilldelades nu Kummer (på Dirichlets rekommendation).

Kummer var bäst känd som talteoretiker, och han var en av dem som hade uppmärksammat Gauss appell att viktiga resultat och samband stod att finna i talteori och komplex funktionsteori (en annan var Dirichlet, liksom Eisenstein och Jacobi). Men han arbetade även inom differentialekvationer, särskilt den hypergeometrisktiska ekvationen, och studerade i allt större omfattning konfigurationer av kurvor och deras anknytning till optik, vilket ledde till hans upptäckt av de efter honom uppkallade fjärdegradsytorna med sina 16 noder.

Kummers främste elev var Leopold Kronecker, som också drogs till talteori och komplex funktionsteori. Kronecker hade emellertid lämnat matematiken en tid för att driva familjens bankverksamhet, bara för att återvända med en serie djupsinniga forskningsresultat som ledde till att han valdes in i den preussiska vetenskapsakademien 1860. Detta gjorde att han kunde föreläsa vid Berlins universitet, och inte överraskande valde han att föreläsa för små studentgrupper om avancerade ämnen.

Weierstrass föreläsningskurser

Weierstrass, å andra sidan, såg det som sin uppgift att bygga upp ett ämne och utbilda personer som sedan kunde sprida budskapet till andra universitet i och utanför Preussen. Det tog honom dock några år att komma fram till vad detta skulle innebära. Hans installationsföreläsning vid Berlins vetenskapsakademi (som han också invaldes i 1857) handlade om vikten av elliptiska funktioner och matematiska tillämpningar, och hans första föreläsningskurs vid Berlins universitet handlade om frågor inom matematisk fysik. Kursen under sommarterminen 1857¹⁰ handlade om analytiska funktioner och konvergenta serier. Lazarus Fuchs och Leo Königsberger var två av de sex åhörarna och föreläsningarna gjorde ett starkt intryck på dem, både för sitt innehåll och för Weierstrass enkla, osminkade uttryckssätt. Weierstrass undervisade också på industriinstitutet. År 1861 föreläste han till exempel om differential- och integralkalkyl. Schwarz var bland åhörarna och tycks inte ha haft något emot den ganska hafsiga behandlingen av gränsvärden som Weierstrass gav. Vid denna tid utvecklade Weierstrass sin egen teori om vad reella tal är, senare överflyglad av Dedekinds, Heines och Cantors angreppssätt, och tog med den i inledningen av sina kurser om komplexa funktioner.

Weierstrass arbetade hårt, och som en följd därav drabbades han av hälsoproblem 1861/62. Med början 1863 bytte han till vad som kom att bli den kanoniska tvååriga föreläsningscykeln: en termin om komplex funktionsteori, nästa om elliptiska funktioner, den tred-

je och svåraste om abelsk funktionsteori och den fjärde om antingen tillämpningar eller variationskalkyl. Alla tillämpningar i stoffet för den fjärde terminen återfanns i någon av Legendres böcker från seklets början: matematiken hade kanske utvecklats, men det hade inte temana gjort – och variationskalkylen förbättrades av Weierstrass, men mycket var kvar att göra.

De återstående temana är intressantare. Weierstrass hade, som påpekats ovan, gjort sig ett namn genom att nå avgörande framsteg i det svåra området hyperelliptiska funktioner och därmed förknippade funktioner. Detta lämnade ändå hela problemet med den allmänna integralen av en algebraisk funktion olöst. 1857 hade Riemann öppnat temat mycket mer (R 1857) och Weierstrass intog ståndpunkten att ämnet abelska funktioner var av central betydelse inom matematisk forskning och för hans eget arbete. I likhet med tidigare forskare såg han detta som en del av teorin för funktioner av flera komplexa variabler. De tillgängliga metoderna hade dock förlorat i kraft under 1850- och 1860-talet. Han såg det som meningsfullt att betrakta den mycket bättre, men ännu gryende, envariabelteorin. Cauchy och Riemann hade utgått från definitionen av komplex derivabarhet som genast leder till Cauchy-Riemanns ekvationer. Emellertid hade generaliseringarna av dessa ekvationer till flera variabler fler ekvationer än obekanta funktioner, så det var svårt att se hur de kan vara till någon nytta (systemet är överbestämt). Den avgörande satsen som ger en övergång från Cauchy-Riemanns definition av holomorfa funktioner till potensserieutvecklingen av en komplex funktion är Cauchys integralsats och Cauchys residysats som följer av den. Dock är Cauchys integralsats ett kraftlöst verktyg i flera dimensioner, för det blir fel dimension på randen. Det återstår bara teorin för konvergenta potensserier, och således var det vad som Weierstrass framhärade i.

Weierstrass försökte därför bygga upp en teori för komplexa funktioner av en variabel som skulle kunna generaliseras till flera variabler. Sådana begrepp och metoder prioriterades som skulle fungera väl i ett godtyckligt antal variabler eller som åtminstone kunde ge en antydning om lämplig generalisering. Det är anmärkningsvärt i vilken utsträckning Weierstrass undvek de aspekter av envariabelteorin som inte kan generaliseras. Han förkastade användningen av Cauchy-Riemanns ekvationer med motiveringen att inte tillräckligt mycket var känt om partiella differentialekvationer för att man skulle kunna bygga någon teori på dem. Han förkastade till och med integralen av tvivelaktiga skäl som hade något att göra med att man kan ändra funktionsvärdena på många sätt utan att integralen ändras, ett fenomen som

¹⁰Vid tyska universitet delas läsåret vanligen i en vinter- och en sommartermin, övers.anm.

inte var särskilt väl förstått under hans livstid.

Å andra sidan förtydligade han ett antal kritiska teman. Under tidigt 1860-tal klargjorde han skillnaden mellan ändliga poler och väsentliga singulariteter. Hans samtida kände sig någorlunda väl till mods med funktioner som går mot oändligheten som $1/z^n$ då $z \rightarrow 0$ eftersom deras inverterade värden går mot noll. Men beteendet av e^z då $z \rightarrow \infty$ eller $e^{1/z}$ då $z \rightarrow 0$ förbryllade dem. Därtill inspirerade av beteendet hos rationella funktioner och elliptiska funktioner, som antar varje värde lika många gånger, försökte matematiker hävda att detsamma gäller för alla funktioner, inklusive sådana exempel som e^z och $e^{1/z}$. Weierstrass argument och (Casorati)-Weierstrass sats som han bevisade satte mer eller mindre stopp för sådana argument. Weierstrass hade en fullt rimlig utgångspunkt för sin teori om komplexa funktioner: potensserier som konvergerar i en cirkelskiva och deras analytiska fortsättningar till den naturliga randen. En stor framgång för honom var karakteriseringen av nollställemängderna för komplexa funktioner. Han gjorde mycket för att förbättra teorin för elliptiska funktioner genom att införa sina nya σ - och $\wp$ -funktioner. Mindre framgångsrik var han i att besvara frågan om hur elliptiska funktioner kan karakteriseras på ett utpräglat algebraiskt sätt. Hans svar var att bland alla funktioner som kan definieras genom integraler var det bara de elliptiska funktionerna som tillåter vissa variabelbyten och bara de satisfierar alltså en algebraisk additionssats.

Samtidigt var han i hög grad blockerad i sitt sökande efter en bra teori för komplexa funktioner av flera variabler och efter abelska funktioners egenskaper. Detta kan ha varit ett personligt tillkortakommande, men det ledde till något mycket viktigare: Weierstrass obenägenhet att låta publicera sina idéer. Situationen är besynnerlig, även med tanke på de milda kriterier för publicering som gällde under 1800-talet. Det har bara getts ut en bok i Weierstrass namn: *Formeln und Lehrsätze zum Gebrauche der elliptischen Functionen (Formler och satser för användning av elliptiska funktioner)*. Det finns mycket få artiklar. De sju volymerna av hans *Werke* vittnar om hans inflytande på samtiden, men de är späckade med hans föreläsningar i olika upplagor, med opubliceringar av tidiga arbeten och bara ett blygsamt antal originalarbeten som publicerats under hans livstid. Han nedlät sig inte ens till att närvara vid Berlins vetenskapsakademi och presentera sina arbeten där. Bland de upptäckter han behandlade på det sättet var den kontinuerliga, ingenstans deriverbara funktionen, som han hade upptäckt när han försökte förstå begreppet naturlig rand och Riemanns arbete om elliptiska funktioner.

Det forum han föredrog, utanför arbetsrummet, var föreläsningssalen. Då tvåårscykeln gick mot sitt slut

kunde han be sina bästa studenter om kopior av föreläsningssanteckningarna och använda dem som grund för nästa upplaga. Dessa föreläsningssanteckningar, av vilka flera har överlevt, gjordes av matematiker som senare gjorde utomordentliga karriärer, t.ex. Hurwitz, och visar på hans allt mer systematiska tillvägagångssätt för funktionsteori i en och flera variabler.

Det finns intressanta berättelser om antalet åhörare som bevistade dessa föreläsningar. I den tidens tyska system kunde studenterna studera var som helst och lärare med en habilitation (en postdoktorskvalificering) kunde undervisa var som helst; det fanns ingen garanti för avlöning. Det var vanligt att duktiga, ambitiösa grundnivåstudenter och, ännu vanligare, doktorander som arbetade på en avhandling var registrerade vid en institution och studerade någon termin vid en annan. För någon som ville lära sig komplex funktionsteori var det naturligt att söka sig till Berlin och Weierstrass föreläsningssykel. Men medan det sägs att Dirichlets föreläsningar under mitten av 1850-talet lockade en åhörarskara på ungefär 30, bevistades Weierstrass första föreläsning i 1867 års kurs om abelska funktioner av 107 studenter. Tydligt var det bara sju som var med till slutet, och av dessa vara det bara ett par stycken som gav intrycket av att ha begripit vad det handlade om. Naturligtvis påverkades närvaron av det fransk-tyska kriget under året därpå (1870), men 1878 kunde Weierstrass räkna in 102 åhörare och 1881 skrev Mittag-Leffler till Kovalevskaya att 250 studenter kom till Weierstrass föreläsningar, och den uppgiften citeras ofta. Förmodligen var det inte någon i administrationen som tittade på statistik över hur många som stannade kvar. Förresten bör det också sägas att det inte är klart vad man egentligen gjorde som studerande i en kurs. Engelska läroböcker från den här tiden är speciella genom att de innehåller övningsuppgifter. Weierstrass föreläsningar är enbart teori, utan arbetsblad och utan övningsuppgifter. Det torde ha funnits några, för naturligtvis fanns det tentamina, och varje kompetent matematiker från den tiden kunde konsten att snabbt, korrekt och precist manipulera de formler och metoder som utgjorde stommen i varje gren av matematiken. Vare som det vill med den saken, många studenter kom till Berlin, men kanske inte så många stannade kvar. Och kanske var det inget stort problem; systemet sorterade behändigt in studenterna i matematiker, fysiker, ingenjörer och lärare med en överraskande hög grad av personlig frihet.

Weierstrass, hans studenter och Riemann

Den destruktiva sidan av Weierstrass arbete börjar med hans inställning till Riemanns arbete. Weierstrass bidrag till hyperelliptiska funktioner från 1854 och 1856 hade överskuggats av Riemanns bidrag året därpå. Som en reaktion på det återkallade Weierstrass sitt eget arbete om abelska funktioner – för att göra en ordentligt jämförelse mellan detta arbete och Riemanns, som han uttryckte det – och återvände inte offentligt till ämnet innan han föreläste om det 1869. Under resten av sitt liv var Weierstrass i grunden emot Riemanns hela tillvägagångssätt i komplex funktionsteori och medgav på sin höjd att en forskare har rätt att finna sin egen väg till sina upptäckter. Detta avståndstagande präglade en väsentlig del av Weierstrass forskningspreferenser.



Library of Congress

Bernhard Riemann

Den student som framför allt engagerade sig i denna sida av Weierstrass verksamhet var Hermann Amandus Schwarz. År 1863 hade Schwarz reagerat på en kommentar från en studiekamrat angående Riemanns avbildningssats. Den hade Riemann presenterat i sin doktorsavhandling från 1851 och den säger att två homeomorfa enkelt sammanhängande områden vilkas randkurvor är topologiska cirklar kan avbildas på varandra med en komplext analytisk avbildning. Studenten hade till Schwarz anmärkt att detta var gott och väl, men att inte ett enda intressant exempel var känt. Schwarz beslöt att kvadrera cirkeln – att avbilda en cirkelskiva analytiskt på en kvadrat – och han lyckades med en härlig tillämpning av elliptiska funktioner i ett kort arbete där han även införde (men förfuskade beviset till) Schwarz speglingsprincip. Detta arbete gav upphov till en ström av explicita konstruktioner av konforma representationer av en plan polygon på en skiva, tillsammans kända som Schwarz-Christoffels formler.

Samtidigt visade det sig att Riemann hade funnit ett sätt att använda komplex funktionsteori vid konstruktionen av minimalytor (ytor med minsta area). Till varje (orienterbar) yta hör vad som kallas en Gaussavbildning som till varje punkt på en yta ordnar enhetsnormalen i den punkten. Denna avbildning är central för definitionen av (den gaussiska) krökningen. Riemann observerade att avbildningen är holomorf om och endast om ytan är en minimalyta. Riemanns idé förblev opublicerad till hans död; under tiden hade Weierstrass kommit till samma insikt och Schwarz skred till verket för att göra anpråk på att detta problem också lämpade sig för Weierstrass sätt att göra saker.

Vid denna tid kom Lazarus Fuchs till Berlin som student. Egentligen var han elev till Kummer, men han drogs till kretsen kring Weierstrass. Hans första viktiga arbete handlade om ett annat riemannskt ämne, i detta fall Riemanns arbete om den hypergeometriskt ekvationen, en andra ordningens linjär ordinär differentialekvation med många viktiga egenskaper. Fuchs generaliserade denna ekvation, som har tre singulära punkter, till linjära ordinära differentialekvationer av högre ordning med ett godtyckligt antal singulära punkter och karakteriserade den klass som har egenskapen att inga lösningar har väsentliga singulariteter. Hans tidiga arbeten var mycket riemannska i stilen, men även han blev mer av en weierstrassian då åren gick.

Weierstrass inflytande ökades genom att Riemanns hälsa kollapsade 1862 efter en elakartad lungsäcksinflammation. Riemann tillbringade de sista få åren av sitt liv i Italien, där han avled år 1866 vid endast 39 års ålder. Nu fanns ingen kraft i Tyskland som motverkade Weierstrass starka betoning av algebraiska metoder och motvilja mot integralen, mot samspelet (i en variabel) mellan komplexa funktioner och harmoniska funktioner och mot geometri. Denna motvilja pressade hans studenter, och alla som hamnade under hans inflytande, bort från Riemanns arbete och i själva verket bort från den franska skolan som av naturliga skäl hade låtit sig ledas av Cauchy. Effekten var tydligast i föreläsningskurserna, som inte styrde studenterna mot den växande mängden av befintlig litteratur och inte heller erbjöd några öppningar mot den. Var och en som studerade komplex funktionsteori i Berlin löpte en allvarlig risk att finna att alla andra framställningar av ämnet var bokstavligen oläsbara. De få som var tillräckligt starka för att övervinna denna barriär skulle troligen ändå stanna kvar i Weierstrass inflytelsesfär, där sådant arbete motverkades till förmån för algebraiska omformuleringar och ibland verkliga tillbakavisanden av Riemanns synpunkter.

Weierstrass och Kronecker

Här passar det välkända temat Weierstrass förhållande till Kronecker in. Från början stod de varandra mycket nära och Kronecker hade inget emot att sluta med vissa av sina undersökningar för att han trodde att Weierstrass skulle behandla samma område. Av Kummer hade Kronecker lärt sig vad Gauss hade förkunnat; många områden, som t.ex. talteori och teorin för elliptiska funktioner, möts under ytan och han tillförde denna insikt en stark preferens för det algebraiska. Gradvis växte härur fram en filosofisk ståndpunkt om existens eller inte av matematiska objekt. Officiellt, så att säga, ansåg han att stringent matematik handlar om ändliga algebraiska utvidgningar av de rationella talen och kroppar av rationella funktioner i ändligt många variabler över sådana kroppar. Prat om något annat, till exempel π , var just – prat: en behändig förkortning för en gränsprocess som kunde föras till godtycklig precision men aldrig fullbordas. Det var något med π som skilde det från verkligt existerande objekt som 3; detta leder till Kroneckers aforism ”Gud skapade de naturliga talen, allt annat är människoverk” (W 1891, 19). Av detta följde, enligt hans synsätt, att matematik, ren matematik, var algebra och talteori. Geometri krävde ett främmande begrepp, nämligen rummet, och mekaniken behövde begreppet tid, så dessa områden var egentligen inte ren matematik – egentligen inte matematik.



Leopold Kronecker

Ironiskt nog var han i sitt arbete mycket mer benägen att använda Cauchys integralsats än vad Weierstrass var. Faktiskt hyllade han den i sina föreläsningar som ett av århundradets viktigaste resultat, liksom vem som helst inom analytisk talteori säkert skulle tvingas göra. En sällsam ambivalens visar sig i Kroneckers arbete varje gång det handlar om komplexa tal; höll han fast vid sin

algebraiska filosofi eller kunde han ens det och samtidigt göra sitt bästa?

Men det var Kroneckers tilltagande avoghet mot de reella talen som förfärade Weierstrass. Weierstrass var mycket bekymrad över att Kronecker, som var åtta år yngre än han, skulle ta över institutionen då han pensionerades och omintetgöra allt hans arbete i analys på grund av en malplacerad syn på matematisk existens. Denna motsättning polariserade institutionen. Schwarz, som i denna fråga var lojal mot Weierstrass, organiserade vid ett tillfälle år 1885 en födelsedagsfest för Weierstrass, till vilken han bjöd in Kronecker med orden: ”Den som inte hedrar den mindre är inte värdig den större” (se B 2008, 507). Han avsåg det uppenbarligen som en skämtsam anspelning till respektive kroppsstorlek för Weierstrass och Kronecker – Weierstrass var mycket större – med Kronecker tog mycket illa upp och tolkade det som en anspelning på deras respektive matematiska förmåga och prestationer. Huruvida Schwarz var så naiv att han förbisåg denna tolkning av skämtet, huruvida det inte i själva verket låg ett antisemitiskt drag dolt (Kronecker var jude) – det förtäljer inte historien. Till slut avled Kroneckers hustru 1890 och han tog förlusten så hårt att han själv avled året därpå. Weierstrass, vars hälsa hade försämrats under många år, kunde dra sig tillbaka i trygg förvissning om att Berlins universitet även framdeles skulle anse att de reella talen finns och att tal-mängder med en övre begränsning har en minsta övre begränsning.

En utvärdering

När Weierstrass kom till Berlin 1856 hade han rykte om sig att ha löst ett mycket svårt problem. Sedan föresatte han sig att bygga upp komplex funktionsteori i en och flera variabler så att det kunde finnas en teori om abelska funktioner som förhöll sig till en allmän komplex flervariabelteori på vilket som helst sätt som fakta tillät. Trots hans varaktiga anseende, och trots att han faktiskt uppnådde en hel del, måste omdömet om hans tid i Berlin bli blandat.

När han anlände var universitetet i Berlin Preussens prestigeuniversitet, det som hade regeringens öra och som var det enda med en stor matematisk institution. När han lämnade institutionen inte bara överskuggades det av Göttingen utan det var på nedgång, medan Göttingen var på väg uppåt. Vid 1892 var Klein, den store matematiske imperiebyggaren, föreståndare för Göttingens matematiska institution, och det var i stort sett han som hade gjort Göttingens tidskrift, *Mathematische Annalen*, till en verkligt internationell tidskrift medan Berlins tidskrift, *Journal für die reine und angewandte*

Mathematik, i mångt och mycket var en Berlintidskrift och det började bli uppenbart att inte ens Berlin kunde utmana resten av världen och vinna. Och Klein gjorde ett strålande kap när han såg till att få den kommande generationens stjärna: David Hilbert.

Därutöver var tronföljden i Berlin bristfällig. Kummer, Kronecker och Weierstrass lät sig ersättas av Schwarz, Fuchs och Frobenius. Schwarz anlände 1892 och hade redan publicerat sina samlade verk, vilket inte bara var en antydan om hans fåfänga utan också om omfattningen av originellt arbete han skulle fortsätta att uträtta. Fuchs, nonchalant, snäll men ineffektiv, var ingen ledartyp. Frobenius var robustare, men inte ens han kunde övervinna det som hade blivit Berlins grundläggande problem: det var för trångt.

Weierstrass hade byggt upp en grupp av lojala efterföljare. Kanske kunde han inte göra något åt det faktum att ingen av dem var av verklig toppklass men kanske också hans egen trångsynthet bidrog till det. Han såg matematik som framför allt komplex funktionsteori, inklusive, som han alltid hoppades, teorin för abelska funktioner, med reell analys på andra plats och själv föreläste han efter ett tag inget annat: ingen geometri, inte ens någon talteori. Där fanns några trötta tillämpningar på mekanik och han gjorde ett tappert försök att bringa ordning i det röriga området variationskalkyl. Däremot inget om t.ex. Fourierserier.

Weierstrass komplexa funktionsteori var, som vi har sett, avsiktligt snäv. Integralen var utesluten från dess grundvalar; i sin undervisning hänvisade han sällan eller aldrig till litteraturen inom området, och därigenom gjorde han litteraturen svår att läsa. Hans motvilja mot att publicera vidgade sig till att hindra studenterna från att publicera sina anteckningar från hans föreläsningar, även om litograferade versioner var i omlopp och Schwarz slutligen övertalade Weierstrass till att skriva ned en redogörelse för teorin för elliptiska funktioner. Några av hans främsta upptäckter förelästes för akademien i Berlin men publicerades inte i dess rapporter. Inte heller var Weierstrass tillvägagångssätt enbart trångsynt. Mer och mer ogillade han alternativa metoder, och han uppmanade Schwarz att arbeta om alla Riemanns upptäckter som verkade lämpliga för sådan behandling.

Omvänt gjorde hans publiceringsobenägenhet det svårt att tillägna sig hans idéer utanför Berlin. För franska läroböcker, när de dök upp, var det naturligt att börja med slutskedet av Cauchys teori om komplexa funktioner. Tyskarna var splittrade i en krympande grupp av riemannianer och folk som hade bevistat Weierstrass föreläsningar. Före Weierstrass död fanns det emellertid bara piratupplagan av Biermann (ett arbete som ohederligt nog hävdade att det hade Weierstrass godkännande –

Weierstrass var rasande) och ett kort arbete av Thomae, som i förordet sa att han ansåg det orimligt att studenter själva skulle behöva arbeta ut alla detaljer i Weierstrass arbete. På 1890-talet gjorde sig Weierstrass tillvägagångssätt märkligt nog bättre i böcker på andra språk, t.ex. engelska. I somliga av dessa böcker var målsättningen att presentera alla tre tillvägagångssätten, medan somliga värdesatte Weierstrass för att han började från en elementär ståndpunkt och framskred systematiskt.

Med stigande ålder upptäcker förmodligen de flesta att de arbetar i sitt eget lilla hörn, försonas med sina begränsningar och bekymrar sig kanske inte om uppståndelse på annat håll. De flesta skulle känna sig nöjda med att tro sig ha öppnat en liten del av sitt ämne för fortsatt utforskning och visat att där fanns mer än bara gåtor. Men några har möjlighet, och kanske även det tyngande ansvaret, att leda ett forskningsområde. Weierstrass var en av dem, och han erkände och accepterade det ansvaret. Visserligen fyllde han 60 år 1875, några år innan Bismarck införde en pensionsålder på 70, och när det rådde ett närmare samband mellan hög ålder och avtagande förmåga än vad det gör idag. Men vid 60 ökade Cauchy bara takten för sina publikationer. Ett mycket bra sätt att bestämma sig för att slutligen gripa dagen är att inse att man inte har lång tid kvar. Och Weierstrass verkade vid sin tids ledande universitet för matematik, utan inskränkning vad gäller publiceringstillfällen, möjligheter att få de bästa studenterna, att verka för sin ämnessyn. I stället drog han sig tillbaka och tog sina anhängare med sig. Hans och deras insatser är talrika, men en föregångsman för hur man spelar en vinnande hand är han inte.

Hänvisningar

Denna essä har en uppenbart informell karaktär och en fullständig litteraturlista vore inte på sin plats. Viktiga källor anges nedan och all relevant information återfinns i boken *Hidden Harmony – Geometric Fantasy: The Rise of Complex Function Theory*, Umberto Bottazzini och Jeremy Gray. Jag vill tacka Umberto Bottazzini för hjälp och vägledning under detta arbete.

(B 1988) Biermann, Kurt-R. 1988 *Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität 1810–1933: Stationen auf dem Wege eines mathematischen Zentrums von Weltgeltung Berlin*, Akademie-Verlag.

(B 2008) Biermann, Kurt-R. 2008 *Kronecker, Leopold, Complete Dictionary of Scientific Biography*, vol. 7, 505–509, Charles Scribner's Sons, Detroit.

(J 1875) Correspondance mathématique entre Legendre et Jacobi, Jacobi to Legendre 2 July 1830. *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 80, 205–279.

(R 1857) Riemann, B. 1857. Theorie der Abelschen

Functionen. *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 54, 115–155, i *Gesammelte Werke* 3rd. ed., R. Narasimhan (ed.), Springer, New York, 1990, 120–144.

(W 1891) Weber, H. 1891. L. Kronecker, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung*, 2, 5–23.

(W 1854) Weierstrass K.T.W. 1854. Zur Theorie der Abelschen Functionen. *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 47, 289–306, i *Mathematische Werke I*, olika redaktörer, Königlich-Preussische Akademie der Wissenschaften, Berlin; Leipzig, 1894, 133–152.

(W 1856) Weierstrass K.T.W. 1856. Theorie der Abelschen Functionen. *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 52, 285–339, i *Mathematische*

Werke I, olika redaktörer, Königlich-Preussische Akademie der Wissenschaften, Berlin; Leipzig, 1894 297–355.

Först publicerad på engelska i EMS Newsletter, juni 2009. Översatt och opublicerad med medgivande av författaren och redaktionen för EMS Newsletter. Jeremy Gray har studerat matematik vid universiteten i Oxford och Warwick, där han doktorerade 1980. Han har undervisat vid Open University sedan 1974 och är även hedersprofessor vid University of Warwick, där han föreläser över matematikens historia. Hans bok Henri Poincaré – A Scientific Biography anmäls på annan plats i detta nummer.

Tillkännagivanden

Knut och Alice Wallenbergs stiftelses resefond och Matts Esséns minnesfond

Svenska matematikersamfundet kan än en gång utlysa resestipendier avsedda för ograduerade forskare i matematik. Med ograduerade forskare avses de som ännu ej avlagt doktorsexamen.

Wallenbergstipendierna är till för att utnyttjas som delfinansiering för konferensresor och kortare utlandsvisiteter. Stipendierna kan användas som hel- eller delfinansiering för resekostnader, logi, konferensavgifter o. dyl., men inte till traktamente. Stipendiebeloppet är högst 4000 kr/person.

Essénstipendierna är i första hand avsedda för deltagande i sommarskolor och liknande aktiviteter. Essénstipendiet gäller doktorander i matematik eller matematisk statistik. I övrigt gäller samma regler som för Wallenbergstipendierna förutom att stipendiebeloppet kan sträckas så högt som 6000 kr/person.

Personer som fick resestipendium från matematikersamfundet i fjol kan inte komma ifråga i år.

Till ansökan skall bifogas

Meritförteckning

Budget för resan

En kortfattad redogörelse för resans betydelse för den sökandes forskningsarbete (denna skall vara styrkt med ett intyg från handledaren)

Adressuppgifter inkl. e-postadress

Det skall framgå huruvida ansökan avser Wallenbergs- eller Essénstipendier eller båda. (Dock kommer Wallenbergs- och Essénstipendier normalt inte att utdelas samtidigt till samma sökande.)

Ansökan skall skickas som pdf-filer med mail till samfundets sekreterare Elizabeth Wulcan, secretary@swe-math-soc.se. Observera att handledarintyget ska inskannas och medsändas.

Ansökan skall vara inkommen senast den 5 april 2013. Sökande ges därefter besked så snart som möjligt via email, sedan beslut om Wallenbergstipendier fattats av Svenska matematikersamfundets styrelse, och beslut om Essénstipendier av styrelsen för Matts Esséns minnesfond.

Efter fullgjord resa skall reseräkning inkl. originalbiljetter skickas till samfundets skattmästare treasurer@swe-math-soc.se.

Utbetalning kan antingen ske till stipendiaten eller dess institution.

Obs! Om utbetalningen går till institutionen så kommer overhead att dras av från summan.

Eventuella frågor besvaras av Elizabeth Wulcan secretary@swe-math-soc.se.

Linda Peetres minnesfond

The Linda Peetre Memorial Fund invites applications from mathematicians in Estonia, Latvia, Lithuania, and Sweden for research visits and participation in conferences. Applications should be sent to Elizabeth Wulcan secretary@swe-math-soc.se no later than April 19, 2013, and contain a short description of the proposed activity; a budget; a short CV; and a list of relevant publications. Priority will be given to applicants from the mentioned countries in the order listed.

The Linda Peetre Memorial Fund was established in 2007 thanks to a donation from Jaak Peetre and is named after his mother Linda Peetre (1903–1961).

Europeisk-nordisk matematikerkongress (påminnelse)

Tillägnas minnet av Lars Hörmander

Den 26:e nordiska och 1:a europeisk-nordiska matematikerkongressen äger rum i Lund den 10–13 juni 2013. Nordiska matematikerkongressen, som fram till 1980-talet hette Skandinaviska matematikerkongressen, har arrangerats sedan 1909 och äger vanligtvis rum vart fjärde år. Den kommer nu tillbaka till Lund efter precis 60 år; den 12:e upplagan hölls där 1953.

De senaste åren har kongressen genomförts tillsammans med ett utländskt matematikersamfund för att stärka mötets internationella karaktär. Nästa år är detta partnersamfund det Europeiska Matematikersamfundet (EMS). Glädjande nog kommer EMS-föreläsaren 2013, Tamara Ziegler (Technion), att ge en rad föreläsningar vid kongressen.

Inbjudna huvudtalare är

- Anton Alekseev, Université de Genève
- Artur Avila, IMPA, Rio de Janeiro och Institute de Mathématiques Jussieu, Paris
- Viviane Baladi, Köpenhamns universitet
- Adrian Constantin, King's College London och Universität Wien
- Carel Faber, KTH
- Jesper Grodal, Köpenhamns universitet
- Håkan Hedenmalm, KTH
- Svante Janson, Uppsala universitet
- Pekka Koskela, Jyväskylä universitet
- Kristian Seip, NTNU Trondheim
- Agata Smoktunowicz, University of Edinburgh

- Alexander Volberg, Michigan State University och Universität Bonn

Förslag till speciella sessioner välkomnas. Dessa kan skickas till nordic26@maths.lth.se fram till 15 januari. Mer information finns på www.matematik.lu.se/nordic26.

Resestipendier (påminnelse)

SVeFUM – Stiftelsen för Vetenskaplig Forskning och Utbildning i Matematik – ledigförklarar ett antal resestipendier för i Sverige bosatta matematiker av alla kategorier, dock lägst på doktorandnivå. Stipendier kan

sökas för konferenser och andra resor med vetenskapligt syfte, ävensom för längre postdocvistelser i utlandet. Utdelade stipendier är personliga och utbetalas till stipendiatens privata konto. Ansökan, innehållande en kort redogörelse för ändamålet med resan, budget, CV i kortform samt kontonummer för utbetalning, ställs till SVeFUM, c/o Prof. Kjell-Ove Widman och sänds per e-post till svefum@widman.ch. Sista ansökningsdag är 2013-03-01. I undantagsfall kan en ansökan på papper accepteras under adress Lilla Frescativägen 4D, 114 18 Stockholm. Ev. frågor kan likaledes adresseras till svefum@widman.ch

Från institutionerna

Blekinge tekniska högskola:

Efraim Laksman disputerade 29 november 2012 i ämnet Matematik med tillämpningar på avhandlingen *Combinatorial Optimization - Three Applications*.

Chalmers/Göteborgs universitet:

Hasan Almanasreh disputerade den 20 december 2012 på avhandlingen *The Dirac Equation: Numerical and Asymptotic analysis*

Fredrik Lindgren disputerade den 25 januari på avhandlingen *On weak and strong convergence of numerical approximations of stochastic partial differential equations*

Karlstads universitet:

Karlstads GeoGebrainstitut invigdes torsdagen den 31 januari.

Jorrit van Bommel disputerade 10 september 2012 på avhandlingen *Improving Teaching, Improving Learning, Improving as a Teacher: Mathematical Knowledge for Teaching as an Object of Learning*.

Linköpings universitet, campus Norrköping:

Tomas Johansson är universitetslektor i matematik fr.o.m. 1 januari.

Lunds universitet:

Amol Sasane är ny universitetslektor vid Matematik NF.

Sara Maad Sasane är ny universitetslektor vid Matematik LTH.

Erik Lindström har antagits som docent vid Matematisk statistik.

Alexandros Sopasakis har antagits som docent vid Matematik LTH.

Thomas Edlund disputerade vid Matematik NF den 25 januari på avhandlingen *On Vertex Operator Algebras of Affine Type at Admissible Levels*.

Petter Strandmark disputerade vid Matematik LTH den 1 februari på avhandlingen *Discrete Optimization in Early Vision: Model Tractability versus Fidelity*.

Jacob Stordal Christiansen har tilldelats Gábor Szegőpriset 2013 av SIAM Activity Group on Orthogonal Polynomials and Special Functions.

Den 13-14/12 hölls ett symposium i samband med Gustaf Söderlinds 60-årsdag.

Den 2/2 hölls en minnesdag för Lars Hörmander där bl.a. flera av hans tidigare doktorander delade med sig av sina minnen.

Workshop: Nonlinear Waves and Interface Problems, 26-28 juni:

Umeå universitet:

Niklas Lundström anställs som postdoktor i matematik med inriktning mot industriell ekonomi från och med den 1 februari 2012.

Juan Carlos Araujo Cabaracas har antagits som doktorand i beräkningsvetenskap med start den 15 januari 2013.