Bulletinen

15 oktober 2018 *Svenska Matematikersamfundets Bulletin*

ISSN **2003-055X** (Tryckt)
ISSN **2003-0541** (Online)

Redaktör: Ulf Persson *Ansvarig utgivare:* Klas Markström

ICM 2018 i Rio: *Ulf Persson*

Thomas Kaijser och Lars-Göran Larsson döda:
Sten Kaijser,Kjell-Ove Widman, Göran Högnäs samt Erik Janse

Even More Beautiful Equations in Meteorology: *Anders Persson*

Matematikhistorisk Krönika: *Jockum Aniansson*

Langlandsprogrammet: *Martin Raum*

Antagningar till Högskolor: *Arne Söderqvist*

Bulletinen

utkommer tre gånger per år I Januari, Maj och Oktober. Manusstopp är den första i respektive månad

Ansvarig utgivare: *Klas Markström*

Redaktör: *Ulf Persson*

Adress: *Medlemsutskicket c/o Ulf Persson*
Matematiska institutionen
Chalmers Tekniska Högskola

Manus kan insändas i allehanda format `.ps, .pdf, .doc` Dock i tillägg önskas en ren text-fil. Alla texter omformas till `latex`

SVENSKA MATEMATIKERSAMFUNDET

är en sammanslutning av matematikens utövare och vänner. Samfundet har till ändamål att främja utvecklingen inom matematikens olika verksamhetsfält och att befordra samarbetet mellan matematiker och företrädare för ämnets tillämpningsområden.

För att bli medlem betala in avgiften på samfundets `plusgirokonto 43 43 50-5.`
Ange namn och adress på inbetalningsavin (samt om Du arbetar vid någon av landets institutioner för matematik).

Medlemsavgifter (per år)

Individuellt medlemsskap, *200 kr*

Reciprocitetsmedlem *100 kr.*

(medlem i matematiskt samfund i annat land med vilket SMS har reciprocitetsavtal):
Doktorander gratis under två år

Gymnasieskolor: *300 kr.*

Matematiska institutioner: *Större 5 000 kr, mindre 2 500 kr*

(institutionerna får sälva avgöra om de är större eller mindre).
Ständigt medlemsskap: *2 500 kr (engångsinbetalning)*

Man kan även bli individuellt medlem av EMS genom att betala in 220 kr till Samfundet och skriva EMS på talongen.

HEMSIDA: `http://www.swe-math-soc.se`

Här återfinnes bl.a. protokoll från möten

STYRELSE:

ANNONSER

(Dessa publiceras inom en ram som denna)

helsida 3000 kr
halvsida 1500 kr
mindre 750 kr

Annonser i tre konsekutiva nummer ger endast dubbla priser d.v.s. 1/3 rabatt

Annonser inlämans som förlaga
samt i förekomamnde fall som text-fil, Dessa formateras om i PostScript

Detta Nummer

Ulf Persson

Huvudinnehållet i detta nummer är en rapport från den senaste ICM som ägde rum i Rio de Janeiro den första till nionde augusti. Jag for dit för att intervjua de nya Fieldsmedaljörerna för EMS Newsletters räkning, där jag är återinsatt såsom redaktör sedan i somras. Denna utflykt möjliggjordes av ett generöst bidrag från stipendiestiftelsen SveFUM, som förestås av Kjell-Ove Widman, och som med jämna mellanrum brukar annonsera om detta i Bulletinen. Detta är inte första gången jag åtnjuter dess ekononomiska stöd, de tidigare stöden gjorde det bland annat möjligt för mig att besöka ICM i Seoul av samma anledning. Jag tackar dem härmed offentligt för de mycket välkomna bidragen, utan vilka jag inte skulle ha kunnat utföra dessa uppdrag.

Sedan vårnumret har tyvärr några av våra kolleger avlidit. I detta nummer uppmärksammar vi Lars-Göran Larsson vid Mälardalens högskola och Thomas Kaijser vid Linköpings universitet. Jag kände inte Larsson, troligen har jag inte ens träffat honom, så jag kan inte bidraga med några personliga reflektioner men noterar endast sorgesamt att han dog förhållandevis ung i den meningen att han även efterlämnade båda sina föräldrar. Thomas Kaijser däremot träffade jag redan sommaren 1978 i samband med ICM i Helsingfors, men det var först på senare år jag lärde känna honom och utbyta brev. Jag minns honom speciellt från 'Ski og Matematikk' i Rondablikk, som under många år arrangerades av vår norska motsvarighet, och där vi båda var flitiga besökare tills denna charmerande institution, till vår gemensamma sorg, lades ner. Han talade där bland annat kärleksfullt om sin son Robert som föddes med Downs syndrom och de byråkratiska problem han hade som sonens gode man, problem som jag lätt kunde identifiera mig med eftersom jag hade haft liknande problem med min gamla moster.

Jag har även bett Martin Raum vid Chalmers att bidraga med en introduktion till Langlandsprogrammet i samband med att Robert Langlands erhöll Abelpriset i våras. Raum har ambitiöst tagit sig an uppgiften på fullaste allvar. Vidare fortsätter vår meteorolog Anders Persson sin utförliga presentation av Corlioliskraften och hur denna har missförståtts av många fysiker.

Arne Söderqvist inkommer med en krönika om intagningar, och Jockum Aniansson inleder sin serie av krönikor på temat matematikens historia där han kommer att göra allehanda nedslag. Aniansson håller som pensionär en kurs på Senioruniversitetet om just matematikens historia och har även hörts på radio.

ICM 2018 i Rio de Janeiro

Ulf Persson

Ankomst

Som de flesta matematiker nog känner till ägde den senaste internationella matematikerkongressen rum i Brasilien, och blev därmed den första kongressen som anordnades på södra halvklotet (vädret tillät dock inga närmare observationer av stjärnhimlen). Den första utanför Europa och Nordamerika hölls i Kyoto 1990, och den första i tredje världen i Beijing 2002. Nästa kongress kommer att hållas i Sankt Petersburg (2022).

Kongresserna nuförtiden betraktas såsom smått monstruösa tillställningar, långt ifrån de små intimare sammankomster som tillät gruppfoton att tas, vilket var faktiskt möjligt in på 50-talet. Men redan 1962 när kongressen förlades i Stockholm 1962 var detta den största vetenskapliga kongress som någonsin hade anordnats i Sverige. Den uppmärksammades då av de svenska medierna, medan dessa, mig veterligen, inte brukar notera de internationlla matematikerkongresserna för övrigt. I början ingick man i en nationell delegation, och till kongressen 1920, som provokativt ägde rum i Strasbourg, var inte den tyska delegationen inbjuden. Att bevista en kongress var därmed något av ett privilegium och det är först senare som man bevistar den som individ. Men med de numera en smula höga registreringsavgifterna betyder det att man i alla fall behöver någon sponsor av något slag, må så vara bara den egna institutionen. På den tiden fanns det inte så många matematiker, och framför allt anordnades det inte så många konferenser, så kongresserna fyllde en förmedlingsfunktion som numera har blivit närmast helt överflödig. Av dessa skäl kritiseras de och de flesta matematiker väljer att inte bevista dem utan prioriterar mer specialiserade konferenser såsom bedöms vara av betydligt större intresse, ja cyniker ser dem som spektakel där en elit av inbjudna matematiker uppträder inför en bred publik av okunniga turister. Detta utgör givetvis en vrångbild av vad som är det egentiga syftet med dessa kongresser och detta är inte platsen att föra en djupare diskussion om detta, utan jag hänvisar till den spanske matematikern Guillermo Curbera och hans bok 'Mathematicians of the World, Unite!' som behandlar just kongresserna under åren, och rensar bort många vandringslegender som att Hilbert höll sitt berömda tal om olösta problem inför en stor plenarpublik, när det i själva verket var en improviserad tillställning i en liten sektionssal, och som först i efterhand skrevs upp och därefter fick det enorma inflytande i modern matematik vi alla känner till. Men i vilket fall som helst skall vi vara glada över att de flesta matematiker väljer att inte deltaga. Om detta hade varit fallet skulle kongresserna verkligen bli monstruösa och jag misstänker att endast kineserna vore i stånd att anordna dem. Och jag ville inte räknas som turist utan hade sett till att ha ett uppdrag, nämligen att intervjua Fieldsmedaljörerna, vilket jag redan nämnt ovan i 'Detta nummer', precis som jag gjorde i Hyderabad 2010 och Seoul 2014. Dessa intervjuer är gjorda för EMS Newsletters räkning och jag känner att jag därmed inte kan publicera dem i Bulletinen, utan nöjer mig med en synopsis.

Jag hade en snäv förbindelse på CDG i Paris, och anlände efter en lång natt tidigt på morgonen i Rio. Transport till själva kongressen hade anordnats dagarna innan det formella öppnandet, men eftersom jag var otålig förbisåg jag välkomstkommittén strax innanför dörren till välkomsthallen och gick fram och tillbaka i denna och åtdrog mig alla taxichaufförers uppmärksamhet, en av dem var vänlig nog att hänvisa mig till ATM-maskinerna på andra våningen.[1] Så småningom upptäckte jag dem och tillsammans med andra morgontidiga resenärer forslades jag med buss till det avlägset belägna konferenscentrat där det rådde smått kaotiska förhållanden. Jag snappade upp rykten om

[1] Senare fick jag reda på att dessa skulle man akta sig för, de var notoriska för skimning och mycket rikigt så kontaktade mitt kreditkortsföretag mig några månader senare om ett misstänkt uttag och jag klippte mitt kort och blev skadelös.

en brand som kanske skulle omöjliggöra invigningsceremonin. Jag lyckades dock hitta mitt hotell på bekvämt promenadavstånd (och i efterhand är jag mycket tacksam för att jag valde mitt hotel där vid kongressen och inte närmare centrala Rio, det hade varit ogörligt). Det första jag gjorde på hotellet var att fråga hur man tog sig in till stan. Personalen gav den komplicerade informationen högst motvilligt, med förbehållet att den buss som utgjorde första länken, inte följde någon tidtabell utan dök upp oförutsett och sporadiskt. Detta är Tredje Världen, och Brasilien är i högsta grad tredje världen. Och än värre: jag varnades för att i centrala Rio, dit turisterna nyfiket söker sig, kunde jag som vilsen besökare räkna med att bli bestulen på alla mina värdefulla ägodelar som kamera, plånbok, mobiltelefon. Jag tog inte dessa varningar på fullt allvar, utan misstänkte att personalen var beordrade att så göra för att ha ryggen fri ifall det skulle bli juridiska problem. Istället kontaktade jag en brasiliansk kollega och vän, men hon gav om möjligt en ännu dystrare bild av lokaltrafiken i Rio. I och med detta skrinlade jag alla planer på personliga turistinitativ och förlikade mig med tanken att detta måste ske i de av kongressen organiserade former, vilket i och för sig är ganska naturligt. Dock måste jag tillstå att detta var en missräkning.

Viana, Holden, ?,?, minister, Birkar, Figalli, Scholze, Venkatesh, Daskalakis, Mori

Invigningsceremonin

Invigningsceremonin ägde rum som planerat, om än i en annan byggnad. Under alla de kongresser jag deltagit i har landets statsöverhuvud presiderat, men inte i Rio. Detta har visserligen vissa fördelar, bland annat behövdes ingen 'security', men det gav en antydan om i vilken status värdlandet ger kongressen. I Peking förlades invigningen till Folkets Kongresshall, dit, trots namnet, allmänheten inte äger tillträde. Och dit forslades vi i en karavan av bussar längs en avspärrad gata in genom huvudstadens centrum som de VIP vi i fantasin anser att vi bör behandlas som. Istället för ett statsöverhuvud stod en anonym minister för glansen. Vem vet, kanske inte kongressen inte ens nämndes på de nationella nyheterna. I brist på begränsande fakta känner spekulationen inga hinder. Men själva invigningsceremon var spektakulär, under vilken halvnakna individer ur ursprungsbefolkningen, med imponerande huvudbonader och tatuerade kroppar, tog scenen dansandes i besittning till tonerna av taktfast musik. Något sådant skulle säkert inte ha tillåtits i den stora Kongresshallen vid Himmelska fridens torg.

Taktfast eller inte, huvudnumret under invigningsceremonin är presentationen av Fieldmedaljörerna vars identiteter, bortsett från de närmast sörjande, skall komma som en överraskning. När jag var en ung matematiker utgjorde namnen inga överraskningar för mig, men numera är så gott som alla namnen mig helt obekanta. Detta kan bero på två, sinsemellan inte nödvändigtsvis inkompatibla anledningar. Först att det finns många fler matematiker än under min ungdom, eller helt enkelt att jag tappat kontakten med matematiken. Dock ett namn hade nämnts de sista åren som den självklare medaljören, nämligen tysken Peter Scholze[2]. En kollega vid Kings College rådde mig att

[2] Inte att förväxla med boven 'Schultze' i Jules Vernes 'Les 500 millions de la Bégum'.

intervjua Scholze fyra gånger och strunta i de andra. Eftersom Scholze var elev till min gamle vän Meiki Rapoport, hade jag dock stora förhoppningar om att kunna få tag på honom för en intervju, med tanke på de kaotiska förhållandena i Seoul där medaljörerna bostavligen översvämmades av e-post, var detta inte trivialt. Och dessutom misstänkte jag att suget efter dessa medaljörer inte alls skulle vara lika starkt i Brasiien som i Sydkorea, ty i Brasilien intresserar man sig för fotboll och badstränder. Detta var naivt, ty de flesta e-post-meddelanden skrivs ju inte av de i värdlandet bosatta. Jag lyckades bara få tag på Figalli och Venkatesh, med Scholze hade jag underlåtit att göra upp med ett rendezvous när jag presenterades för honom av Rapoport kvällen innan ceremonin, övertygad om att detta inte vore nödvändigt. När han läste min e-post var han redan på Rios flygplats, och Birkar läste det inte förrän han redan var tillbaka vid Cambridge University. Men med Figalli fick jag samtala som hastigast en kväll, och Venkatesh kunde undvara lite tid mellan en föreläsning och sin lunch med Harald Helfgott, som för övrigt redan har blivit intervjuad i Bulletinen. Om dessa intervjuer återkommer jag senare.

Ceremonin avslutades med dansörernas återkomst, denna gång uppenbarade sig en del på höga styltor. Men det verkliga dramat utgjordes av stölden av Birkars Fieldsmedalj, om det var av misstag eller rentav medvetet kommer vi troligen aldrig att få veta ty vad jag vet har inte gärningsmännen gripits. Det hela gick till så att han tillfälligt lade ifrån sig sin väska på ett bord, och i denna väska förvarades dyrgripen. Dyrgrip eller inte, det rör ju sig bara om en medalj och själva medaljen väger lätt i jämförelse med äran som är förknippad med den, och är inte på något sätt oersättlig. I själva verket råkade arrangörerna ha en medalj på lager och det var bara att gravera den och några dagar senare presenterades Birkar med sin nya medalj i en improviserad ceremoni. Han blev således den förste, och troligen den siste, Fieldsmedaljör som fått medaljen två gånger. Detta gjorde honom speciell och föremål för den mesta mediauppmärksamheten (jag är ledsen Scholze). Men man skall inte glömma att även andra medaljer än Fields delas ut. Sedan Helsingfors har vi även att beakta Nevanlinnamedaljen för bidrag i datalogi[3], denna gång tilldelad Constantios Daskalakis, vidare Gausspriset till David Donaho, Chern-medaljen till Masakai Kashiwara, och slutligen uppmärksammas kommunikatörer av matematiken via Leelavati utmärkelsen, som denna gång gavs till Ai Nesin, känd för sin matteby i Turkiet Nesin, som bland annat Sten Kaijser har besökt och rapporterat om i Utskicket/Bulletinen. Gert-Martin Greuel gav ett passionerat lauditoria i vilket han speciellt redogjorde för de politiska förföljelser Nesin och dennes medarbetare har utsatts för.

Fieldsmedaljörerna

Alessio Figalli träffade jag en kväll. Han gav ett mycket effektivt intryck och när jag gav honom intervjun för godkännande läste han den utan dröjsmål, gav sina kommentarer och ändringsförslag och efter några studsar fram och tillbaka var det någon dag senare helt avklarat. Askhay Venkatesh

[3] Varför Nevanlinna? Vad har han med datalogi att göra? Finnarna tog initiativet i samband med sin kongress och ville ära sin store matematiker, som rentav var vid livet vid tidpunkten. Nevanlinna, vars mor var tyska, var tysksinnad även under kriget och det har nu fastslagits, sjuttio år efteråt, att detta betydde att han var nazist. Utan att känna till alla detaljer i målet, är jag instinktivt något skeptisk inför retroaktiva domar av detta slaget, som lätt kan urarta till häxjakter. Vid delegationsmötet i Sao Paulo dagarna innan bestämdes det att priset skulle avslutas och istället skulle ett nytt pris med samma syfte, men kanske med en annan finansiering, inrättas. Men återigen vad hade Nevanlinna med datalogi att göra?

tog mer tid på sig att reagera, men han svarade omedelbart när jag påminde honom om den förestående EMS deadline. Han skrev också att han uppkattade redigeringen och att i många hänseende resultatet blev bättre än vad en ren transkribering hade varit. Detta uppskattade jag verkligen. Peter Scholze däremot missade jag i Rio men i början av oktober bevistade jag hans handledare Rapoports sjuttio-års fest i Bonn, både den matematiska och den privata. Jag fick därmed tillfälle att även samtala med Scholze. Resultatet blev en besvikelse, viket jag dock inte vill, för alla inblandades skull, gå närmare in på. Som det ser ut nu är det mycket osäkert om intervjun överhuvudtaget kommer att bli publicerad. När det gäller Birkar har jag däremot större förhoppningar, problemet är bara att finna en gemensam tid och plats.

Ingen av dessa tre Fieldsmedaljörer gav intryck av att ha varit alltför förvånade över att ha blivit belönade[4], när det gäller Scholze hade rykten varit i omlopp länge, rykten som han inte kan ha undgått att ta del av. I hans fall blev han enbart stressade av dem, erkände han, och att få medaljen upplevdes som en lättnad. Av de tre var Venkatesh det enda 'underbarnet'. Han började universitetet vid tidig ålder, nämligen tretton, medan både Figalli och Scholze hade en normal skolgång, åtmistone kronologiskt. Figalli gick den humanistiska gymnasielinjen (vilket många av mina kolleger på kontinenten har gjort i såväl Holland, Italien som Bulgarien) och för honom var matematiken något nytt och fräscht när han kom till universitetet. Han ansåg att detta var en fördel, han missade aldrig en lektion, till skillnad från sina mer avancerade studiekamrater, som trodde att de redan kunde allt. Scholze var intresserad av talteori tidigt och träffade snart på begrepp som elliptiska kurvor som han inte förstod någonting alls av. Men istället för att bli modfälld blev han bara mer fascinerad och drevs av en nyfikenhet att ta reda på vad de egentligen innebar. På sådant sätt skaffade han sig sin matematiska bildning helt på egen hand under sina skolår, men hans handledare insisterade dock på att han borde även ta de gängse elementärkurserna när han kom till Bonn för att fylla ut eventuella luckor. När det gäller att läsa artiklar uppvisar samtliga medaljörer jag intervjuat under åren en samsyn. Ingen läser en artikel sida upp och sida ner, det mesta är ju utfyllnad i vilket fall som helst, utan går direkt till det kritiska, som de sedan försöker förstå på sitt eget sätt. Figalli är mycket effektiv när han skriver artiklar, han gör det direkt på datorn utan att använda papper och penna innan. Han försäkrade mig att han kan göra ganska komplicerade formelmanipulationer i huvudet samtidigt som han knackar på tagentbordet. Men hans artiklar är långt ifrån färdiga efter första försöket, informerade han mig, han kan göra upp till ett femtiotal omskrivningar innan han blir nöjd.

I en fullkomlig värld skulle jag ha önskat betydligt mera tid tillsammans med intervjuoffren för att komma dem lite närmare in på livet ocn upptäcka teman man aldrig skulle ha tänkt inledningsvis på. Men de är mycket upptagna individer, mer intresserade att göra matematik än att reflektera över det.

Committee for Developing Countries (CDC)

Leif Abrahamsson kontaktade mig i våras om att intervjua medlemmar i EMS-kommittén CDC där han var ordförande. Denna kommitté sysslar med stöd till matematiker i utvecklingsländerna och han undrade om jag vore villig att intervjua några av de aktiva. Det var jag mer än villig att göra, och hade först en lång intervju med Michel Waldschmidt, en fransk talteoretiker som rest mycket i den tredje världen och engagerat sig i hur man skall främja matematiken där. Intervjun i sin helhet kommer att (förhoppningsvis) publiceras i decembernumret av EMS Newsletter. Stödet riktar sig i första hand till individer, med det är alltid ett problem att om dessa är framgångsrika väljer de oftast att lämna sitt hemland för Västvärlden. Han berättade även att de uppmuntrar

[4] Det finns dock Fieldsmedaljörer i modern tid som blivit chockerade över att ha fått medaljen och ansett sig ovärdiga och lidit därav. Eftersom jag bara har hört detta ryktesvis, och även av andra uppenbara anledningar, avstår jag från att avslöja namn.

folk att få sin utbildning lokalt istället för att söka sig långt bort, ty det senare innebär ofta en svår omställning. Jag intervjuade även en ung kvinna från Senegal vid namne Bernadette Faye som berättade om sin uppväxt i Senegal och sin utbildning som matematiker i Sydafrika och om de problem och möjligheter hon har som matematiker i hemlandet. Denna intervju planeras även att ingå i decembernumret.

Dagligt liv på ett ICM

Det dagliga livet skiljer sig inte speciellt från ICM till ICM på senare år, och kanske inte så värst mycket från de ursprungliga trots allt. Givetvis är det föreläsningarna som står i centrum. Dessa har inte så mycket att ge den professionella matematikern i sitt eget gebiet (och andra gebiet kanske han inte har något intresse av?) utan är riktade till en bredare matematisk allmänhet (turisterna?). Därför krävs det att de utgör något av en show, och det finns en hel del 'show men' inom matematiken, närmast tänker jag på fransmännen Ghys och Villani men det finns givetvis andra namn, ty man skall inte glömma Atiyah som är 'still going strong' vid 89 års ålder, även om han för det mesta sitter i rullstol. Han gav kongressens Abelföreläsning, och som alltid visade han sig vara mycket underhållande. Men det var en föreläsning som om jag eller läsaren skulle ha försökt sig på den, hade det resulterat i att vi blivit utbuade från scenen. För att ro i land med detta krävs det att man besitter den charm och auktoritet som en Atiyah fortfarande kan uppbringa. Atiyahs bidrag till de kommande ICM Proceedings kommer dock inte vara föreläsningen utan ett kort bevis för Riemannhypotesen!

När det gällde föreläsningarna hade organisatörerna bestämt sig för att inga program skulle tryckas ut, istället skulle man använda appar på mobilerna, vilket kan vara av ett visst problem när man är på andra sidan jordklotet. Följden blev att jag missade många föreläsningar som jag kanske annars skulle ha gått på. Man märker även att folk numera är självgående när det gäller internet, i Peking och Madrid kommer jag ihåg stora salar med datorer, numera är dessa ett minne blott, visserligen finner man en och annan stationär dator, men ingen står längre i kö för dem. Sedan skall man inte glömma förläggarna som har sina stånd där man kan bläddra i böcker och eventuellt för nedsatt pris inhandla desamma, men med tanke på de viktrestriktioner som flyg utgör är detta inte längre lika lockande. Kanske har jag fel, men jag tyckte att bokstånden var glesare och mindre besökta än förr om åren. Man misstänker att förlagen slimmar sin produktion. Jag har haft kontakter med CUP (Cambridge University Press) under några år om att publicera mina intervjuer, något som inledningsvis togs upp med största entusiasm, men nu hänvisade de mig till OUP (Oxford University Press) med förklaringen att de inte längre gör 'trade books'. Representanten för Oxford visade sig vara mycket entusiastisk han också för mitt projekt, men det återstår att se vad som händer med denna entusiasm när det kommer till kritan.

Atiyah i samspråk med Martha Sanz-Solé, f.d. president för EMS

Ett ICM har ett officiellt program och ett dolt med tillställningar och mottagningar som kräver personliga inbjudningar (och håller undan turisterna?). När det gäller det senare brukar jag alltid bli inviterad till den norska mottagningen, jag undrar om svenskarna någonsin har arrangerat något liknande, men norrmännen har ju en anledning på grund av Abelpriset. Jag blev även inbjuden till London Mathematical Society, av en gammal vän som nu är ordförande för denna ärevördiga institution,vars gästbok, som innehöll signaturer av män som Maxwell och Poincaré, hade transporterats till

Rio enkom för medlemmarna skulle kunna signera den. Atiyah var närvarande och satt i sin rullstol och höll hov. Jag blev ombedd av ordföranden att skriva några rader om hela tillställningen, och jag är aldrig nödbedd när det kommer till skrivuppdrag även om jag faktiskt inte hade så mycket att säga om just denna tillställning, men något kan man alltid koka ihop. Båda tillställningarna ägde rum på högsta våningen i hotell Mercure där de flesta VIP höll hus. Man hade en fin utsikt över den atlantiska bukten, men till horisonten var det en 2 mil skattade jag snabbt upp, och därmed låg själva Rio bortom den. Jag misstänker att jag bara ha fått nosa på de yttersta kretsarna till ett ICM's Paradiso.

Möte med Marcelo Viana, ordförande för organisationskommitén

Det är mycket man kan spekulera om när det gäller kongressens tillkortakommande. Bland annat gav de pliktskyldigast ut ryggsäckar vid registreringen, men dessa var tomma. Kan det avsedda innehållet ha brunnit upp? Och återigen varför inget statsöverhuvud närvarande? Men det kan väl inte ha haft med branden att göra? Jag bestämmer mig för att i min egenskap av redaktör för EMS Newsletter träffa organisationskommiténs ordförande, Marcelo Viana. Denne ställer upp beredvilligt och vi träffas i plenarsalen under ett lunchuppehåll, och dit anländer jag svårt haltande, eftersom jag var sen och sprang och råkade få kramp de sista metrarna.

'Skyll inte på eldsvådan, skyll på mig' svarade han avväpnande med ett brett leende, ty han var på utmärkt humör, på frågan om elden. Det visade sig att denna hade endast haft en marginell inverkan på kongressen. Vad som hade hänt var att kvällen innan min ankomst hade en hetluftsballong kolliderat med en byggnad där de förvarade videoutrustningen för invigningsceremonin och plenarföreläsningarna. En eldsvåda hade uppkommit som dock snabbt släcktes efter att endast ha slickat fasaden, men att flyga med luftballonger lite hips om haps är olagligt i Brasilien och polisen spärrade av hela byggnaden för att göra en brottsplatsundersökning och därmed kunde kongressen inte få tillgång till sin utrustning, som förresten var helt oskadd, och tvingades hyra ny och återigen sätta upp det hela, nu i en annan byggnad. Vad som tidigare hade tagit en hel vecka måste nu göras på 48 timmar, men de hade antagit och klarat av utmaningen, och inga av deltagarna hade väl märkt något alls. När det gällde de tomma ryggsäckarna hade inget material tryckts ut alls, de hade fattat beslutet att inte belasta miljön med papper som folk bara slänger i dessa digitala tidevarv när allt ändå kan uppdateras smidigt och kontinuerligt. Dock i jämförelse med de ekologiska fotavtryck tusentals inflygande deltagare lämnar verkar det högst försumbart med denna välmenande pappersbesparing. Visst, det kanske var ett tokigt beslut och kanske nästa kongress river upp det, erkände Viani utan omsvep. Och när det gäller programmet finns det så många alternativ, upplyste han mig tröstande om, som apparna (alltid dessa appar i tid och otid), TV-skärmarna, och hemsidan. Jag förblir trots detta mycket skeptisk. När det gäller avsaknaden av statsöverhuvud skall jag inte läsa in för mycket, varnade han mig. Det visade sig att presidenten måste bevista ett viktigt möte med Världsbanken, eftersom Brasilien är i färd med att förhanda fram ett nytt lån på mycket fördelaktiga villkor, vilket kommer att vara bra för matematiken också, urskuldade han sig. Uppenbarligen skulle denne göra betydligt mera nytta där än här på kongressen där han bara skulle fylla en dekorativ roll. Men han medgav att i Sydkorea hade de bett påven komma en dag senare för att inte kollidera med ICM, något sådant skulle de knappast ha gjort i Brasilien – kunde jag inte låta bli att tänka för mig själv.

Slutligen när det gällde säkerheten i Rio berättade han att han var mycket rädd när han besökte New York på 90-talet (jag bodde ju där i slutet på 70-talet på gränsen till Harlem, och situationen måste ha varit betydligt värre då, men det bekom mig föga) och han var också rädd när han först flyttade till Rio, men man lär sig att undvika de farliga kvarteren, och vad kan man förvänta sig i Tredje Världen med utbredd fattigdom (detsamma gäller för Indien om inte i än högre grad utan att brottstatistiken är anmärkningsvärt hög, men kanske jag har varit naiv under mina besök). Men, sken han upp, under karnivalen begås det betydligt mindre med brott, å andra sidan skjuter trafikolyckorna i höjden, och detta är kanske trots allt den allvarligaste risken. Andra risker som gula febern kan man strunta i, det är bara ett problem med epidemier ute på landet under sommaren, men trots allt pressades han för att varna om det till slut, en varning som jag måste ha missat.

Som avsked avslöjade han, under temporärt tysthetslöfte, att de nu graverade en ny medaj för Birkar. Kanske det var därför han var på så gott humör?

Rio by Day

Utsikt från Sockertoppsberget

Att helt avhålla mig för sightseeing tänkte jag inte göra under min vistelse, utan jag bestämde mig för att delta i en söndagsutflykt till Rio. Det var ett ambitiöst upplagd program och skulle ta en hel dag med inlagd lunch. Således fick jag hasa mig upp ur sängen i okristlig tid för att skynda mig i gryningen till det ovan nämnda Hotel Mercure från vilket bussarna skulle gå. Där mötte mig ett mindre kaos, det var inte helt klart vilken buss man skulle välja, men så småningom blev vi i tur och ordning avprickade på en lista och kunde komma iväg och vid det laget hade det hunnit ljusna betydligt. Som tidigare påpekats rörde det sig om ett par mil till stadens centrum.

Det är tre saker som turisten tänker på i samband med Rio. Kristusstatyn, Sockertoppsberget samt Copacabana. Till Copacabana, som får matematiker att tänka på Stephen Smale och Richard Feynman (de flesta andra får helt andra associationer) kom vi inte, men däremot hissades vi upp i linbanor till toppen av Sockertoppsberget med sin fina utsikt och guiden berättade hänfört hur dessa linbanor spelade en roll i en Bond-film från 70-talet med Roger Moore. Kristusstatyn är oftast fotograferad som tronande över Rio och man får lätt uppfattningen att den dominerar vyn från stadens centrum. Men jättelik som statyn må vara är det knappt fyrtio meter från fot till hjässa och dessutom är den placerad på berget Corcovado 710 meter över havet och en halvmil från centrum, och på detta avstånd utgör det inte ett större blickfång än månskivan.

Utsikt från berget Corcovado vid foten av Kristusstatyn

Crystal Palace i Petropolis, kopia av Crystal Palace från utställningen 1851 i London

Men jag fann faktiskt utflykten till Petropolis, beläget några mil utanför Rio längre inåt landet och uppe bland bergen, intressantare. En utflykt jag gjorde bokstavligen i sista minuten under kongressens sista dag och skippade därmed avslutningsceremonin. Jag hade bara tidigare hört talas om Petropolis i samband med den österrikiske författaren Stefan Zweigs exil under de första åren av andra Världskriget. En exil som avslutades med hans självmord tillsammans med hans nya unga hustru, tillika hans sekreterare. Zweig satte punkt för sin välkända självbiografi *Die Welt von Gestern* endast dagen innan, en bok som för övrigt har fått förnyad uppmärksamhet under senare år i och med den nostalgivåg för hans tid som sköljt över oss. Han var mycket pessimistisk inför krigets utgång (vi som har privilegiet att se det hela retroaktivt vet att vid denna tidpunkt – vårvintern 1942 – hade krigslyckan definitivt vänt för Hitler; men denna insikt blev för de flesta samtida betraktarna först väckt i och med Stalingrad, men då var det redan för sent för Zweig) och därmed skakad av existensiell ångest inför mänsklighetens framtid. Huruvida hans fru delade hans existenisella ångest låter jag vara osagt, men hon var i alla fall en lojal hustru. Casa Zweig var tyvärr stängt den dag vi besökte staden.

Men Petropolis är betydligt mera än historien Zweig, den brasilianska kejsarfamiljen hade ett palats här, numera museum. Att Brasilien varit ett kejsardöme en gång i tiden måste jag erkänna att jag inte var medveten om förrän mitt besök i somras, men man kan inte vara medveten om allt som hänt i historien. Den förste kejsaren – Pedro I – var ursprungligen en portugisisk prins som tillsammans med sin familj hade tillbringat sin exil i kolonin under Napoleonkrigen[5], men när familjen skulle återvända hem efter Napoleons fall, ville inte prinsen följa med. Han trivdes så bra att han lät utropa Brasilien som självständigt och sig själv som dess kejsare 1822. Som kejsare verkade han bara till 1831 när han abdikerade till förmån för sin son som knappt hade hunnit lära sig gå. Denne regerade som Pedro II under nästan sex decennier innan han störtades i en kupp 1889 och flydde till Frankrike, där han dog två år senare. Så den brasilianska regentlängden lär man sig lätt under en kväll. Pedro II lär ha varit en exemplarisk monark, som understödde såväl vetenskapen som konsten, och verkade för slaveriets avskaffande och åtnjöt bred popularitet.

En annan sevärdhet som fascinerade mig var kopian av Crystal Palace som var något speciellt i sitt slag när den uppfördes i London i samband med den världsutställning som anordnades där 1851.[6] Att bese den var lite grand som att förflyttas drygt halvannat sekel tillbaka i tiden.

Författaren
och fotografen
i aktion
Foto: *Ulf Persson*

[5] Portugal, liksom Sverige, stod tillsammans med England i opposition mot den franske kejsaren. Den dåvarande svenska kungen Gustav IV närde ett personligt hat mot denne korsianske uppkomling och liknande honom vid odjuret i Uppenbarelseboken.

[6] Den intresserade kan konsultera den brittiske historikern Asa Briggs bok *Victorian People* för mer detaljer. Originalet flyttades till en London förort där det förstördes vid en brand på 20-talet

From solutions of polynomial equations to the Langlands Program

Martin Raum[1]

Robert P. Langlands received the Abel Prize 2018 on May 22 this year. He is the figure behind the Langlands Program, which influenced, even determined the direction of research in several areas of mathematics over the past 50 years. As "the program is very complicated and it will take a very long time"[2], any exhaustive presentation of the matter is deemed to fail. A more lightweight and personal introduction to both the life and work of Langlands was attempted by Julia Mueller[3]. The collocation in time of her article's publication and Langlands's receiving the Abel Prize is fortunate to all of us. In this note I try to revisit some of the basic notions that led to the Langlands program, putting emphasize on one single idea. The learning curve in the Langlands program is steep. Langlands himself asserts that the program is very hard, expecting that no quick progress will be made. But he also made clear that to him the purpose of his work is not to solve problems, but to construct a theory. This theory might or might not be tested for whether it solves problems. Quite in that spirit, I hope to highlight how beautiful the unlikely confluence of two previously separate topics in the Langlands program is even at its surface. However, the reader who prefers the concrete might still feel motivated to experiment with some of the notions from algebraic number theory. To facilitate such experimentation I've include some lines of computer code that would relieve the enthusiastic from any tedious computation by hand.

1. Finding solutions to polynomial equations

An (algebraic) number field is a finite extension of the rationals $\mathbb{Q}$, i.e. a field that contains $\mathbb{Q}$ and is finite dimensional as a vector space over $\mathbb{Q}$. More concretely, fix a polynomial $p(X)$ with coefficients in $\mathbb{Q}$ and assume that it cannot be factored as the product of two polynomials $p_1(X)$ and $p_2(X)$ of degree at least 1 (we say that p is irreducible over $\mathbb{Q}$). One such polynomial is $p(X) = X^2+1$. Then the associated field extension K consists of all polynomial expressions with rational coefficients in an abstract solution, say α, of the equation $p(X) = 0$. We refer to α as a root of $p(X)$. It is important that this solution α is abstract. Specifically, in the complex numbers $\mathbb{C}$ we know that both the imaginary unity $i = \sqrt{-1}$ and its negative solve $p(X) = 0$, i.e. $i^2 + 1 = (-i)^2 + 1 = 0$. But α represents them simultaneously, since a priori neither is better than the other one, they are interchangeable. But there is one specific relation between them. If α is a solution to $p(X) = 0$, then $-\alpha$ is, too.

Already in the case of cubic polynomials this becomes an interesting phenomenon. The polynomial $p(X) = X^3 + X + 1$ does not factor over $\mathbb{Q}$. But if α is an abstract solution to $p(X) = 0$ and $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ is the associated number field, then we can write $p(X) = (X-\alpha)(X^2+\alpha X+(\alpha^2+1))$. Indeed, we have

$$\begin{aligned}(X-\alpha)(X^2+\alpha X+(\alpha^2+1)) &= (X^3+\alpha X^2+(\alpha^2+1)X) - (\alpha X^2+\alpha^2 X+(\alpha^3+\alpha)) \\ &= X^3+(\alpha-\alpha)X^2+((\alpha^2+1)-\alpha^2)X-(\alpha^3+\alpha).\end{aligned}$$

Since $\alpha^3+\alpha+1 = 0$, this matches $p(X)$ as desired.

The first term in this factorization corresponds to our requirement that α be a solution to $p(X) = 0$. Indeed, we have $p(\alpha) = (\alpha-\alpha)(\alpha^2+\alpha\alpha+(\alpha^2+1)) = 0$. But the second factor cannot be written as a product of two linear polynomials with coefficients in K. In other words, the remaining two

[1] The author was partially supported by Vetenskapsrådet Grant 2015-04139.

[2] Robert P. Langlands — a short movie. E. Eremenko.

[3] On the genesis of Robert P. Langlands' conjectures and his letter to André Weil. J. Mueller

solutions to $p(X) = 0$ cannot be written in terms of α. Observe that this is different from what the polynomial $X^2 + 1$ gave us, for which one solution could be expressed in terms of the other one. Such behavior is not limited to the quadratic case, but can always occur. A cubic example is $p(X) = X^3 - 3X + 1$, for which a solution α of $p(X) = 0$ yields further solutions $\alpha^2 - 2$ and $-\alpha^2 - \alpha + 2$. The reader can check as above that

$$\begin{aligned}
&(X-\alpha)(X-\alpha^2+2)(X+\alpha^2+\alpha-2) \\
&\quad = X^3 + \big(-\alpha-\alpha^2+2+\alpha^2+\alpha-2\big)X^2 \\
&\qquad + \big(\alpha^3-2\alpha-\alpha^3-\alpha^2+2\alpha-\alpha^4-\alpha^3+\alpha^2+2\alpha^2+2\alpha-4\big)X \\
&\qquad + (-\alpha)(-\alpha^2+2)(\alpha^2+\alpha-2) \\
&\quad = X^3 - 3X + 1.
\end{aligned}$$

This time it is necessary to use the relations $\alpha^5 - 3\alpha^3 + \alpha^2 = 0$ and $\alpha^4 - 3\alpha^2 + \alpha = 0$.

For those readers who enjoy experimenting with such equations, I suggest installing Hecke/Nemo[4], and then vary the following code.

```
using Hecke
Px,x = PolynomialRing(QQ,"x")
K,a = NumberField(x^3 - 3*x + 1,"a")
Py,y = PolynomialRing(K,"y")
factor(y^3 - 3*y + 1)
```

The interdependence of roots of polynomials is nowadays subsumed under Galois theory, which makes a connection between how solutions to a polynomial equation can be expressed in terms of each other and the symmetries of its so-called splitting field. The splitting field of a polynomial is obtained by successively adjoining roots of $p(X) = 0$ to $\mathbb{Q}$ until $p(X)$ has a factorization into linear polynomials. A number field K is called Galois if every polynomial with rational coefficient that is irreducible over $\mathbb{Q}$ either cannot be factored over K either or is a product of linear polynomials with coefficients in K. Every splitting field is Galois. The group of field automorphisms of a Galois field K is called its Galois group $\mathrm{Gal}(K/\mathbb{Q})$. The Galois correspondence is a correspondence between the subgroups of $\mathrm{Gal}(K/\mathbb{Q})$ and the intermediate fields $K \supset K' \supset \mathbb{Q}$. The latter can be translated into how solutions of a polynomial equation are independent of one another.

Let us revisit the cubic example from above. With $p(X) = X^3 - 3X + 1$ the associated number field K is Galois with cyclic Galois group $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$, which is abelian. There is no intermediate fields between K and $\mathbb{Q}$, and this corresponds to the solutions of $p(X) = 0$ being expressible in terms of each other[5]. On the other hand, the number field K associated with $p(X) = X^3 + X + 1$ is not Galois. But the splitting field F of $p(X)$ is, and its group of symmetries is the permutation group S_3 on three letters. It has four nontrivial subgroups, isomorphic to $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ in one case and $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ in the other three cases. Taking invariants in F with respect to any of the copies of $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ inside of $\mathrm{Gal}(F/\mathbb{Q})$ yields a field in which $p(X) = 0$ has exactly one solution and for this reason is isomorphic to K. Inside of F these three copies of K "live next to each other" as the three copies of $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ do inside of $\mathrm{Gal}(F/\mathbb{Q})$.

Given the weight that mathematics even in the ancient world put on polynomial equations, the achievements of Galois theory are remarkable. But they also leave open a lot of questions: There is a field $\overline{\mathbb{Q}}$ of all solutions to polynomial equations with coefficients in $\mathbb{Q}$. As to any number field that is galois we can associate to it a Galois group $\mathrm{Gal}(\mathbb{Q}) = \mathrm{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$, which should inform us about the interdependence of any possible set of solutions to polynomial equations in one variable

[4] To install Hecke/Nemo download Julia 0.6 at https://julialang.org/downloads, install it, and then run in Julia the commands `Pkg.add("Hecke")` and `Pkg.build("Nemo")`

[5] Even in the case of abelian Galois groups, there can be intermediate extensions and the true explanation of dependence or independence of solutions is slightly more complicated.

with rational coefficients. Only $\mathrm{Gal}(\mathbb{Q})$ is mysterious, and this is where Langlands's ideas start to enter.

2. L-functions and Galois groups

Before I proceed to describe what Langlands did towards understanding $\mathrm{Gal}(\mathbb{Q})$, I want to shine the light on his predecessors, who were concerned with abelian Galois groups. By a theorem of Kronecker and Weber every number field K with abelian Galois group $\mathrm{Gal}(K/\mathbb{Q})$ is isomorphic to a subfield of a cyclotomic one $\mathbb{Q}(e^{2\pi i/m})$ for some $m \in \mathbb{Z}_{\geqslant 1}$. The union of all cyclotomic fields $\mathbb{Q}^{\mathrm{ab}} = \bigcup_{m=1}^{\infty} \mathbb{Q}(e^{2\pi i/m})$ is the field generated by all roots of unity, called the abelian closure of $\mathbb{Q}$. To understand the subfields of $\mathbb{Q}^{\mathrm{ab}}$ is to understand the structure of all polynomial equations $p(X) = 0$ with coefficients in $\mathbb{Q}$ all of whose solutions can be written in terms of a single one.

The Galois group of the m- cyclotomic field can be identified with $(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})^\times$, the units in the ring of integers modulo m. For instance, if $m = 14$, then $0, 1, \ldots, 13$ are representatives of $\mathbb{Z}/14\mathbb{Z}$, but modulo 14 only 6 of them are invertible: $1, 3, 5, 9, 11, 13$ whose inverses are $1, 5, 3, 11, 9, 13$. For example, we have $3 \cdot 5 = 15 = 1 + 14 \equiv 1 \pmod{14}$. We can realize the identification of $\mathrm{Gal}(\mathbb{Q}(e^{2\pi i/m})/\mathbb{Q})$ with $(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})^\times$ by associating to $a \in (\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})^\times$ the automorphism that acts by

$$e^{2\pi i/m} \longmapsto e^{2\pi i a/m}.$$

The Galois group of $\mathbb{Q}^{\mathrm{ab}}$ is then $\hat{\mathbb{Z}}^\times$, whose elements can be viewed as a choice $a_m \in (\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})^\times$ for all m subject to the condition that $a_m \equiv a_{m'} \pmod{m'}$ if m' divides m.

One of the major tools to understand groups is representation theory, and this is no different for Galois groups. A finite dimensional representation of a finite group G can be viewed as a group homomorphism from G into some $\mathrm{GL}_d(R)$ for a positive integer d and a ring R; In our case we will have $R = \mathbb{C}$ throughout. To understand Galois groups, one instead studies their finite dimensional representations, called Galois representations. The general idea is that the linear structure underlying $\mathrm{GL}_d(R)$ will facilitate the effort. In case of abelian groups, one-dimensional representations suffice to build up all finite dimensional ones by means of so-called direct sums. We call one-dimensional representations characters, and are thus lead to study characters of Galois groups in order to understand cyclotomic fields and their subfields.

Dirichlet characters arise from characters of $(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})^\times$, the Galois groups of cyclotomic fields, by extending them to $\mathbb{Z}$. It is common to write N instead of m when working with Dirichlet characters, so we set $N = m$. Given a character $\tilde{\chi} : (\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})^\times \to \mathrm{GL}_1(\mathbb{C})$, we obtain a Dirichlet character $\chi : \mathbb{Z} \to \mathrm{GL}_1(\mathbb{C})$ by setting $\chi(a) := \tilde{\chi}(a)$ if a is invertible modulo N and $\chi(a) = 0$, otherwise. For example, the map $(\mathbb{Z}/14\mathbb{Z})^\times \to \mathrm{GL}_1(\mathbb{C})$ sending $1 \mapsto 1$, $3 \mapsto e^{2\pi i/6}$, $5 \mapsto e^{2\pi i 5/6}$, $9 \mapsto e^{2\pi i/3}$, $11 \mapsto e^{2\pi i 2/3}$, $13 \mapsto e^{2\pi i/2}$ is a character. It yields a Dirichlet character that assigns

$$0 \mapsto 0, 1 \mapsto 1, 2 \mapsto 0, 3 \mapsto e^{2\pi i/6}, 4 \mapsto 0, 5 \mapsto e^{2\pi i 5/6}, 6 \mapsto 0, 7 \mapsto 0, 8 \mapsto 0, 9 \mapsto e^{2\pi i/3},$$
$$10 \mapsto 0, 11 \mapsto e^{2\pi i 2/3}, 12 \mapsto 0, 13 \mapsto e^{2\pi i/2}.$$

Given a Dirichlet character χ, it is possible to construct a Dirichlet L-function as

$$\mathrm{L}(\chi, s) := \sum_{n=1}^{\infty} \chi(n) n^{-s}, \quad s \in \mathbb{C}, \Re(s) > 1.$$

The most famous example of a Dirichlet L-function is also the easiest: If $N = 1$ and therefore $\chi(n) = 1$ for all n, then $\mathrm{L}(\chi, s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s} = \zeta(s)$ is the Riemann ζ-function.

Dirichlet L-functions have some remarkable properties, which we record for later reference. First, they have a meromorphic continuation to $\mathbb{C}$. That is, for each χ there is a meromorphic function defined on $\mathbb{C}$ that matches $\mathrm{L}(\chi, s)$ if $\Re(s) > 1$. It is common to denote this meromorphic continuation by $\mathrm{L}(\chi, s)$. Second, $\mathrm{L}(\chi, s)$ satisfies a functional equation if χ is "primitive", which relates χ and its dual $\overline{\chi}(n) := \overline{\chi(n)}$:

$$\mathrm{L}(\overline{\chi}, 1-s) = (\pi/N)^{1/2-s} \frac{\Gamma((s+s_0)/2)}{\Gamma((1-s+s_0)/2)} \mathrm{L}(\chi, s),$$

where $s_0 = 0$ if $\chi(-1) = 1$ and $s_0 = 1$ if $\chi(-1) = -1$. Third, Dirichlet L-functions have an Euler product

$$\mathrm{L}(\chi, s) = \prod_{p \text{ prime}} \frac{1}{1 - \chi(p) p^{-s}},$$

where the product ranges over all prime numbers p. Fourth, when s varies in a vertical strip, i.e. $a < \Re(s) < b$ and $|\Im(s)| > t$ for some fixed $t \in \mathbb{R}$ and arbitrary $a, b \in \mathbb{R}$, then $\mathrm{L}(\chi, s)$ stays bounded.

At first glance this list of for properties seems special, but what might be even more surprising is that they and related twisted relations characterize Dirichlet L-functions[6]

Summarizing, we obtained an L-function from a character of the Galois group $\mathrm{Gal}(\mathbb{Q}^{\mathrm{ab}}/\mathbb{Q})$. In preparation to Langlands discovery, I want to next relate it to the L-function of another type of object: The idèle class group.

3. L-functions and the idèle class group

Class groups describe factorization properties of integers, integers in number fields. To explain what this means, let us fix a number field $K \supset \mathbb{Q}$. Since K is finite dimensional as a rational vector space, its elements necessarily satisfy polynomial equations over $\mathbb{Q}$. The dimension $\dim_{\mathbb{Q}} K$ is usually referred to as the degree $\deg K$ of K. Given any element $b \in K$, the $1 + \deg K$ powers $b^0, \ldots, b^{\deg K}$ of b satisfy a linear relation over $\mathbb{Q}$ for dimension reasons. Specifically, there are coefficients $c_i \in \mathbb{Q}$ for $0 \leqslant i \leqslant \deg K$ such that

$$c_0 + c_1 b + c_2 b^2 + \cdots + c_{\deg K} b^{\deg K} = 0.$$

There is no serious harm in assuming that $c_{\deg K} \neq 0$, so that we can divide the equation by $c_{\deg K}$, i.e. we can assume that $c_{\deg K} = 1$. The polynomial that we obtain in this way is the minimal polynomial of b, except in some special cases. Let us have a look at one example in the number field $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ associated with $p(X) = X^3 - 3X + 1$ containing an abstract solution α of $p(X) = 0$ as in the previous section. Then $b = \alpha/3 + 1/7$ has minimal polynomial $X^3 - 3/7 X^2 - 40/147 X + 757/9261$. While the computation is based only on linear algebra it becomes tedious and I suggest to use Hecke/Nemo as before.

```
b = a//3 + 1//7
minpoly(b)
```

Remember the purpose of this discussion for now is to understand integrality in number fields. But how do we infer integrality from minimal polynomials? It is instructive to inspect the simplest case of $K = \mathbb{Q}$. Then $\deg \mathbb{Q} = 1$ and the minimal polynomial of $b \in \mathbb{Q}$ is $X - b$. Now it is tautological to state that b is integral if the coefficients of its minimal polynomial are integral. That is why this is the very definition that we choose for integrality in the case of general number fields. The above example of $b = \alpha/3 + 1/7$ is not integral, as we can see from its minimal polynomial. It is important to distinguish this concept of integrality from integrality of the coefficients of α. For example, when $p(X) = X^3 - 3X + 6$ and α is an abstract solution to $p(X) = 0$, then $\alpha^2/2 + \alpha/2$ is

[6] The list of Dirichlet L-function determined uniquely by these four properties disregarding twists is known by Kaczorowski, Molteni, Perelli.

integral, because its minimal polynomial is $X^3 - 3X^2 + 6X - 6$. But neither the coefficient of α^2 nor of α in the expression for b is.

Now that we have a notion of integers in K, we can discuss factorizations. We write $\mathcal{O}_K$ for the set of integers in K, and record that it is actually a ring. Every rational integer (i.e. an element of $\mathbb{Z}$) has a unique factorization up to permutation into prime powers and a unit ± 1. This is no longer true for general K. For instance, if $p(X) = X^2 + 5$ and α is a solution to $p(X) = 0$, then there are two independent factorizations of $6 = 2 \cdot 3 = (1 + \alpha)(1 - \alpha)$.

Since factoring and the associated concept of primes, like solutions to polynomial equations, were predominant topics in mathematics already in the ancient world, it is little surprising that we developed ways to make sense of them in $\mathcal{O}_K$. The concept of ideal numbers—ideal because they allow for essentially unique factorizations—came up, and today is subsumed under ideals in ring theory and idèles in class field theory. I skip a more detailed description and confine myself with the following example: The alternative factorizations $2 \cdot 3$ and $(1 + \alpha)(1 - \alpha)$ of 6 suggest that there is a nontrivial greatest common divisor (i.e. gcd) of, say, 2 and $1 + \alpha$. While this is not literally true, since $\mathcal{O}_K$ fails to be what is called a principal ideal domain, we can accommodate the concept by setting $(2, 1 + \alpha) :=$ "$\gcd(2, 1 + \alpha)''$. Then we have a unique product decomposition of 6 into four factors: $(2, 1+\alpha) \cdot (2, 1-\alpha) \cdot (3, 1+\alpha) \cdot (3, 1-\alpha)$. The class group Cl_K of a number field K measures how many essentially distinct greatest common divisors we have to supply to obtain a factorization theory in $\mathcal{O}_K$. In our current example, we have $\mathrm{Cl}_K = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$, so that there is only one nontrivial class of gcds that we have to add. This also suggests that, for example, $(2, 1 + \alpha)$ and $(3, 1 - \alpha)$ are related by usual numbers as opposed to "ideal ones". Indeed, we have $(3, 1 - \alpha) = \frac{1-a}{2} \cdot (2, 1 + \alpha)$.

For those who wish to verify and extend the above computation, Hecke provides fractional ideals which correspond to rational "ideal numbers". The only inconvenience might be that greatest common divisors of fractional ideals are written as sums.

```
K,a = NumberField(x2̂ + 5,"a")
OK = maximal_order(K)
frac_ideal(OK,K(3)) + frac_ideal(OK,1-a) ==
frac_ideal(OK, (1-a)//2) *
(frac_ideal(OK,K(2)) + frac_ideal(OK,1+a))
```

A class group can be refined via idèles in such a way that one obtains the idèle class group C_K. It is a more complicated object, but arises from the same ideas as the class group arising from ideals. For $K = \mathbb{Q}$, we have $\mathrm{C}_\mathbb{Q} = \mathbb{R} \times \widehat{\mathbb{Z}}^\times$ for the same group $\hat{\mathbb{Z}}^\times$ that we encountered in the context of cyclotomic numbers fields. This is not a coincidence as we will see in a second. There is a "relative norm" map $N_{K/\mathbb{Q}} : \mathrm{C}_K \to \mathrm{C}_\mathbb{Q}$ and Artin reciprocity tells us that for Galois number fields with abelian Galois group, we have an isomorphism of groups

$$\mathrm{C}_\mathbb{Q} / N_{K/\mathbb{Q}}(\mathrm{C}_K) \;\cong\; \mathrm{Gal}(K/\mathbb{Q}).$$

In the case of cyclotomic fields K of order $m = N$, we have $N_{K/\mathbb{Q}}(\mathrm{C}_K) = \mathbb{R} \times N\hat{\mathbb{Z}}^\times$, so that

$$(\mathbb{R} \times \hat{\mathbb{Z}}^\times)/(\mathbb{R} \times N\hat{\mathbb{Z}}^\times) \;\cong\; (\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})^\times \;\cong\; \mathrm{Gal}(K/\mathbb{Q})$$

as we have seen before.

Before we continue, let us point out that the Artin reciprocity law provides an indeed remarkable isomorphism. On the right hand side we have the Galois group, which we know is connected to the intermediate fields of K and $\mathbb{Q}$ since the time of Galois. It informs us about how multiple solutions to polynomial equations relate to each other. On the left hand side, we have a very different object, the idèle class group. It describes multiplication and factorization inside of K and its ring of integers $\mathcal{O}_K$, but a priori carries little or no information about the additive structure of K. That these groups are isomorphism is not to be expected from a naive point of view.

We come back to our primary goal, which was to obtain an alternative construction of Dirichlet L-functions. By the above isomorphism a character of $\mathrm{C}_{\mathbb{Q}}/N_{K/\mathbb{Q}}(\mathrm{C}_K)$ is the very same as a character of the Galois group of K, if K is Galois with abelian Galois group. We can simply copy the previous definition of L-functions. After reading through two pages of factorization theory, this might come as a disappointment. But only Langlands recognized that the idèle class group and its characters deserve a different interpretation. We can define L-functions for them without referring to the Artin reciprocity law. The Artin reciprocity law was the high point of class field theory. It will become one instance of "Langlands functoriality", which in the abelian case connects characters of the idèle class group and characters of the Galois group via equality of associated L-functions.

To make Langlands's ideas on L-functions a bit more accessible, let us apply it to Dirichlet L-functions. Specifically, we want to obtain Dirichlet L-functions from certain functions on C_K. To this end, we need a factorization of the idèle class group itself. If $K = \mathbb{Q}$, we have $\mathrm{C}_{\mathbb{Q}} = \mathbb{R}_{>0} \times \prod_{p \text{ prime}} \mathbb{Z}_p^\times$. The factors $\mathbb{Z}_p^\times$ are unit groups of rings of "p-adic integers". We can think of $\mathbb{Z}_p$ as a variant of the integers $\mathbb{Z}$ in which only multiplication by p and its powers cannot be inverted and which is complete with respect to a metric centered around divisibility by p. Elements of $\mathbb{Z}_p$ are often written as power series in p, i.e. $a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \cdots$, where $0 \leqslant a_i < p$ for all $i \in \mathbb{Z}_{\geqslant 0}$. Then units $\mathbb{Z}_p^\times$ in $\mathbb{Z}_p$ are exactly those power series for which $a_0 \neq 0$. In other words, any element g in $\mathrm{C}_{\mathbb{Q}}$ can be written as a formal product of a positive real number g_∞ and p-adic numbers $g_p = a_{p,0} + a_{p,1} p + \cdots$ for which $a_{p,0} \neq 0$.

As a next step, we want to consider functions on $\mathrm{C}_{\mathbb{Q}}$ which factorize, have moderate growths and are almost constant in the following sense. First, we demand that $f : \mathrm{C}_{\mathbb{Q}} \to \mathbb{C}$ can be written as a product $f(g) = f_\infty(g_\infty) \prod_{p \text{ prime}} f_p(g_p)$. This is the factorization condition. Second, we demand that for any $g = g_\infty \prod g_p$, there is a positive constant $a \in \mathbb{R}_{>0}$ such that $f\big((y g_\infty) \prod g_p\big) < a(1 + y^a)$ for all y. This is the condition that f be of moderate (i.e. polynomial) growth. Third, we demand that all but finitely many f_p are identically 1 and every $f_p(g_\infty)$ depends only on the first $N_p \in \mathbb{Z}_{\geqslant 0}$ coefficients $a_{p,0}, \ldots, a_{p,N_p-1}$ in the power series $a_{p,0} + a_{p,1} p + \cdots$. This is already very close to the definition of an automorphic form on GL_1 over the rationals, but we need two more properties.

What kind of function on the idèle class group $\mathrm{C}_{\mathbb{Q}}$ could we hope corresponds to characters on the class group $\mathrm{Cl}_{\mathbb{Q}}$? It is natural to demand that $f(g)$ be a character, but this leads in a wrong direction. Instead, we require that f is a multiple of a character, i.e. $f(gg')f(1) = f(g)f(g')$ for all $g, g' \in \mathrm{C}_{\mathbb{Q}}$, where I allow myself to write 1 for the trivial element of $\mathrm{C}_{\mathbb{Q}}$. However, since $\mathrm{Cl}_{\mathbb{Q}}$ is a finite group, its characters are automatically unitary, while this is not so for $\mathrm{C}_{\mathbb{Q}}$. For this reason, we also require that $|f(g)| = |f(1)|$ is constant for all $g \in \mathrm{C}_{\mathbb{Q}}$. Equivalently, if $f(1) \neq 0$, then $f(g)/f(1)$ is a unitary character of $\mathrm{C}_{\mathbb{Q}}$.

Now this is the definition of an automorphic form on a GL_1 over the rationals, written $\mathrm{GL}_1/\mathbb{Q}$. Historically, it is unthinkable to start the theory with this rather involved notion. We are fortunate as mathematics that there was an alternative approach via the much more accessible ideal class group.

To make the connection to Dirichlet L-function, let me show how a Dirichlet character $\chi : \mathbb{Z} \to \mathrm{GL}_1(\mathbb{C})$ of minimal period N gives rise to an automorphic form. We set $f_\infty(g_\infty) = 1$. For every prime p that does not divide N, we also set $f_p(g_p) = 1$. For the finitely many primes that do divide N let p^{N_p} be the exact power of p that divides N. Then we set

$$f_p(a_{p,0} + \cdots + a_{p,N_p-1} p^{N_p-1} + \cdots) = \chi(a_{p,0} + \cdots + a_{p,N_p-1} p^{N_p-1})^{-1}.$$

Primes p at which a given automorphic form f satisfies $f_p(g_p) = 1$ for all $g_p \in \mathbb{Z}_p^\times$ are called unramified for f. It is possible to assign local invariants to f at unramified places. If f arises from a Dirichlet character as above, then this local invariant at p is $\chi(p) \in \mathrm{GL}_1(\mathbb{C})$. It might be a surprise how we assign a nontrivial quantity to a trivial function f_p, but this is merely an artifact of simplifications that I have chosen to impose, and in reality the various f_p are coupled to each other in a specific way that does not become transparent here.

From the local invariants $\chi(p)$ at unramified primes, Langlands defines a so-called partial L-function:

$$\prod_{p \text{ unramified}} \frac{1}{1-\chi(p)p^{-1}}.$$

For good reasons this looks similar to the Euler product of Dirichlet L-functions, but the primes p dividing N are missing. It turns out that there is a unique way to complete the partial L-function by factors associated with $p|N$, and this results in the Dirichlet L-function of χ.

4. Automorphic representations and Langlands definition of L-functions

In the early 1960s it appeared as if the case of abelian Galois groups was the only one that could possibly be understood in a satisfactory way. According to Langlands, Artin had given up all hope that there would be a generalization of the Artin reciprocity law to the nonabelian case. The importance of L-functions in that generalization was not yet recognized. In this section, I attempt to outline how Langlands departed from the abelian case towards a more comprehensive theory by putting more emphasize on both L-functions and representation theory of algebraic groups.

Galois representations enter as follows: We recall that our ultimate goal is to understand the Galois group $\mathrm{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$, and we have suggested that the study of its representations is the most promising approach. The case of abelian Galois groups $\mathrm{Gal}(K/\mathbb{Q})$ corresponds to understanding characters $\chi : \mathrm{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}) \to \mathrm{GL}_1(\mathbb{C})$ (it is important that both the left and right hand side are viewed as topological groups). For every such character χ, we then have $\mathrm{Gal}(K/\mathbb{Q}) = \mathrm{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})/\mathrm{kernel}(\chi)$. In order to understand nonabelian Galois groups, we will have to study representations of $\mathrm{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ in general, i.e. continuous group homomorphisms $\rho : \mathrm{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}) \to \mathrm{GL}_d(\mathbb{C})$ for some $d \in \mathbb{Z}_{>0}$.

Galois representations where known before Langlands, and Artin introduced L-functions for them. There are distinct conjugacy classes Frob_p in $\mathrm{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ for every prime p. They arise from the Frobenius automorphism $a \mapsto a^p \in \overline{\mathbb{F}}_p$ of the algebraic closure of the field with p elements. Since Frob_p is well-defined up to conjugacy, its image under ρ is so, too. We obtain a $\mathrm{GL}_d(\mathbb{C})$ conjugacy class $\rho(\mathrm{Frob}_p)$. Since the characteristic polynomial of a matrix remains unaltered under conjugation by invertible matrices, we obtain from ρ and Frob_p a unique polynomial $\mathrm{char}(\rho(\mathrm{Frob}_p))(T) = \det\big(T - \rho(\mathrm{Frob}_p)\big)$. The Artin L-function associated with ρ is defined as

$$\mathrm{L}(\rho, s) = \prod_{p \text{ prime}} \frac{p^{ds}}{\mathrm{char}(\rho(\mathrm{Frob}_p))(p^s)} = \prod_{p \text{ prime}} \frac{1}{\det(1 - p^{-s}\rho(\mathrm{Frob}_p))}.$$

Langlands suggested that Galois representations correspond to so-called L-packets of automorphic representations, and this correspondence is given by matching L-functions. While automorphic representation were known prior to Langlands' conjectures, it was not known how to associate L-functions to them. To finish the note, I will sketch how this is done.

To get an idea of what automorphic representations are, we have to first extend our discussion of idèle class groups. We had the identification $\mathrm{C}_{\mathbb{Q}} = \mathbb{R}_{>0} \prod_{p \text{ prime}} \mathbb{Z}_p^\times$, but from a conceptional point of view it is more correct to state that

$$\mathrm{C}_{\mathbb{Q}} = \mathbb{Q}^\times \backslash (\mathbb{R}^\times \prod_{p \text{ prime}}{}' \ \mathbb{Q}_p^\times),$$

where $\mathbb{Q}_p$ is the ring of p-adic numbers. Similar to p-adic integers, we can represent p-adic numbers as formal Laurent series $a_v p^v + a_{v+1} p^{v+1} + \cdots$ for some $v \in \mathbb{Z}$ and $0 \leqslant a_i < p$ for all $i \in \mathbb{Z}_{\geqslant v}$. In particular, $\mathbb{Z}_p \subset \mathbb{Q}_p$, and the product $\prod'$ is restricted in the sense that all but finitely many components are required to lie in $\mathbb{Z}_p^\times$. The quotient by $\mathbb{Q}^\times$ is to be read as arising from the inclusions $\mathbb{Q}^\times \subset \mathbb{R}^\times$ and $\mathbb{Q}^\times \subset \mathbb{Q}_p^\times$ and the associated diagonal embedding of $\mathbb{Q}^\times$ into the product $\mathbb{R}^\times \prod'_{p \text{ prime}} \mathbb{Q}_p^\times$. The fact that the denominator of a fixed rational number is divisible by only finitely many primes corresponds to the condition that all but finitely many components in $\prod'_{p \text{ prime}} \mathbb{Q}_p^\times$ must be p-adic integers.

This description of $\mathrm{C}_\mathbb{Q}$ generalizes, if we observe that $\mathbb{Q}^\times = \mathrm{GL}_1(\mathbb{Q})$. Automorphic forms are certain functions on the space

$$\mathrm{GL}_d(\mathbb{Q})\backslash\mathrm{GL}_d(\mathbb{A}_\mathbb{Q}), \quad \mathrm{GL}_d(\mathbb{A}_\mathbb{Q}) := \mathrm{GL}_d(\mathbb{R}) \prod_{p \text{ prime}}{}' \; \mathrm{GL}_d(\mathbb{Q}_p).$$

Both the moderate growth condition and the condition that an automorphic form on $\mathrm{C}_\mathbb{Q}$ is nontrivial at only finitely many primes p now require a more careful formulation. For our purpose, we record that the space of automorphic functions, denoted by $\mathcal{A}(\mathrm{GL}_d(\mathbb{A}_\mathbb{Q}))$, carries an action of the group $\mathrm{GL}_d(\mathbb{A}_\mathbb{Q})$. In particular, it makes sense to ask for subrepresentations of $\mathcal{A}(\mathrm{GL}_d(\mathbb{A}_\mathbb{Q}))$, which are called automorphic representations.

There is a notion of irreducible automorphic representations π. As in the case of automorphic functions on the idèle class group, we can write π as a product $\pi_\infty \otimes \bigotimes_{p \text{ prime}} \pi_p$, where $\otimes$ stands for a tensor product of representations. The notion of being unramified can be transferred from the local components f_p of an automorphic form on $\mathrm{C}_\mathbb{Q}$ to the case at hand of local components π_p. Parallel to what we assumed for f before, it is a result that π_p is unramified for all but finitely many p.

We now invoke a classification result that had been available for merely a short time when Langlands was concerned with automorphic L-functions. Namely, unramified π_p correspond to certain conjugacy classes t_{π_p} in $\mathrm{GL}_d(\mathbb{C})$ called their Satake parameter. This should ring a bell: We used conjugacy classes before to define local factors of Artin L-functions, and this is exactly what Langlands did in the case of automorphic representations. The partial L-function associated with π is

$$\prod_{p \text{ unramified}} \frac{p^{ds}}{\mathrm{char}(t_{\pi_p})(p^s)} = \prod_{p \text{ unramified}} \frac{1}{\det(1 - p^{-s} t_{\pi_p})}.$$

One part of the Langlands conjectures says that this partial L-function can be completed to an L-function with properties similar to Dirichlet L-functions, and that this is also the L-function of a Galois representation. Several automorphic representations can give rise to the same L-function, but this happens in a specific and controlled way. In this way and by further conjectures, Langlands predicted an analogue of the Artin reciprocity law for nonabelian Galois groups. His research program that has been flourishing for more than six decades.

Olämpligheter vid antagning till akademiska studier

Arne Söderqvist

Då antalet sökande till akademiska utbildningar överstiger antalet studieplatser krävs ett urvalsinstrument. I över ett halvsekel har därvidlag de sökandes gymnasiebetyg fått vara avgörande. En bakomliggande tanke har varit att höga gymnasiebetyg skulle utgöra en god prognos för framgång i de akademiska studierna. Betygsinflation och förekomsten av "glädjebetyg" har dock under senare år urholkat gymnasiebetygens prognosvärde. Till vissa utbildningar räcker det inte ens med högsta betyget i alla läroämnen, utan antagningen har fått ske genom lottning bland dessa sökande.

Med hjälp av högskoleprovet har man sedan flera år kunnat komplettera sina ansökningsmeriter. Vissa akademiska utbildningar är till och med så eftertraktade att det förekommit att man betalat stora belopp för hjälp med fusk på högskoleprovet. I skrivande stund vidtas rättsliga åtgärder mot sådant uppdagat fusk.

Gymnasiebetygens likvärdighet har ifrågasatts under senare år. En tendens vid vissa skolor att avvika uppåt från den nivå de nationella proven ger vid handen har då och då uppmärksammats. Skolor som delar ut höga betyg får ett gott anseende. I ett samhälle där skolorna konkurrerar om eleverna och deras skolpeng är detta ingenting att förvånas över.

I en debattartikel i Dagens Nyheter den 22 oktober, skriven av VD:n för Ångpanneföreningen Jonas Gustavsson, uppges att endast hälften av de antagna till landets femåriga civilingenjörsutbildningar lyckats ta sin examen efter sju års studier. Detta är förstås otillfredsställande.

Eftersom det råder konkurrens om studieplatserna på så gott som samtliga civilingenjörsutbildningar kan man fundera på om de nyttjade urvalsinstrumenten verkligen är tillförlitliga och om kanske flera av de icke antagna skulle ha klarat studierna med större framgång. Ett talande exempel beskrivs i en artikel med rubriken "Miss i antagningen ändrade karriären" i Göteborgsposten 19 augusti 1993. Dåvarande Verket för högskoleservice hade gjort en felaktig rangordning av de sökande till tandläkarutbildningen i Göteborg. Den åtgärd man därefter vidtog var att utöka antalet studieplatser så att såväl de felaktigt antagna som de som rätteligen borde ha antagits fick påbörja studierna. Senare visade det sig att examinationsfrekvensen blev ungefär densamma bland de felaktigt antagna. Men en konsekvens blev ändå att åtminstone en sökande som egentligen skulle ha antagits blev förbigången.

Det enda möjliga alternativet till att låta betygen och högskoleprovet vara avgörande torde vara antagningsprov, eventuellt kompletterat med en intervju. Sedan drygt tio år har Chalmers, KTH och Stockholms universitet ett gemensamt sådant prov. En viss andel av de blivande teknologerna och studenterna har därmed möjligheten att bli antagna via resultatet på detta. Men det har vid minst två tillfällen visat sig ha funnits felaktigheter i proven som lett till att den som svarat fel på en av uppgifterna erhöll samma poängtal som den som svarat rätt. Konsekvensen blev därmed i vissa fall en felaktig rangordning bland de sökande. En mycket allvarlig konsekvens, som kan liknas vid att spelregler ändras under en pågående match.

Allra allvarligaste exemplet på olämplig antagning har för ett par år sedan uppmärksammats av TV-programmet Uppdrag granskning, i samband med tillsättningen av aspiranttjänster vid UD. I faktiskt flertalet fall visade det sig att släktskap och vänskap vägde tyngre än alla former av reella meriter. Flera aspiranter hade antagits utan att de ens hade sökt någon tjänst och till och med överrumplats då de erhöll antagningsbeskedet. Därtill hade stipendier avseende bostadshyra på tjänstgöringsorten tilldelats anhöriga till UD-anställda utan att de ens haft någon form av UD-engagemang alls.

De som eftertraktar en viss utbildning har i första hand rättviseaspekten vid antagningen i åtanke. Den som inte blir antagen har lättare att böja sig för ett sådant faktum om bara visshet om rent spel råder.

Inbjudan till svenska matematikersamfundets höstmöte i Uppsala fredagen den 23 november 2018

Svenska matematikersamfundets höstmöte 2018 kommer att äga rum den 23 november kl.13–18 vid Uppsala universitet, Ångströmslaboratoriet rum 2002.

På vanligt sätt vänder sig mötet speciellt mot "juniora" matematiker d.v.s. doktorander och nydisputerade. Målet med mötet är att ha en plats där unga matematiker träffas och pratar matematik, därför vill samfundet bjuda alla unga matematiker att ge ett föredrag. Ett detaljerat program kommer att läggas upp på SMS hemsida SMS.

Anmälan till mötet ska skickas till ordförande (Klas Markström) i samfundet via mejl Klas med kopia till sekreterare (Olof Svensson) Olof. Anmäl dig senast söndagen den 11 november.

Välkomna.

Mer information kommer på samfundets hemsida.

Titelsidans illustration

Ulf Persson

Bilden visar den karaktäristiska vyn över Rio de Janeiro, tagen från foten av Kristusstatyn (Christo Redentor) uppe på berget Corcovado. Mitt i bilden tronar Sockertoppsberget i centrala Rio 396 meter över havet. Till dess topp når man, sedan 1912 via en linbana i två etapper. Den ursprungliga gondolen tjänstgjorde troget fram till 1972, därefter höjdes kapaciteten för att forsla turister med en faktor tio. I Bondfilmen 'Moonraker' från 1979 slåss Bond (Roger Moore) med skurkarna på gondolens tak. Om man tycker det är obehagligt att åka linbana kan man även förse sig med rep och klättra uppför den närmast lodräta klippväggen. Corcovado å andra sidan är 710 meter högt och dit tar man sig antingen till fots eller med en kugghjulsbana som anlades redan 1884, (men renoverades 1980). Statyn, som nästan symboliserar Rio i lika hög grad som Eiffeltornet symboliserar Paris, är 30 meter hög från fot till hjässa och står dessutom på en 8 meter hög sockel. Som kuriosa kan nämnas att denna sockel är gjord av cement i Limhamn i Malmö, och därav smeknamnet 'Limhamns-Jesus' på statyn, gångbart bland svenska sjömän på 30-talet. Denna staty, tanken på vilken väcktes redan i mitten av 1800-talet, uppfördes under åren 1922-1931 och räknas numera till ett av världens nya sju underverk, de övriga sex är Chichen Itza på Yucatanhalvön i Mexico, Kinesiska Muren, Machu Picchu i Peru, Petra i Jordanien, Taj Mahal i Agra, samt Collosseum i Rom. Av dessa sju är endast två uppförda efter vår tideräknings början. Som en annan kuriositet inser jag att jag oförhappandes har besökt fem av dem. Colloseum (1965), Chichen Itza (1975), Kinesiska Muren (2002), Taj Mahal (2008) och nu senast Christo Redentor (2018). Nämnas kan att av de ursprungliga sju underverken återstår bara Cheos pyramiden, som således är i en klass för sig.

Beautiful equations in meteorology (III)

Understanding the Coriolis force - a contest between mathematics and common sense?

Anders Oscar Persson

As mentioned in part (I) of this series, in the 1905 volume of the German journal "Annalen der Physik", where Albert Einstein published his five ground breaking articles, there was also a fruitless debate between three learned Central European scientists about the true understanding of the Coriolis effect. *More than 100 years later Einstein's theories are widely understood, while we still keep on debating the Coriolis effect.*

I think there are two reasons why. One was that they, like scientists today, have not in contrast to scientists in the late 1800's, bothered to read Coriolis original 1835 mémoire. There is also the risk to concentrated too much on the mathematical formalism and not put sufficient attention to Coriolis's interpretation of his mathematics *that "his" force is an extension of the centrifugal force* (figure 1).

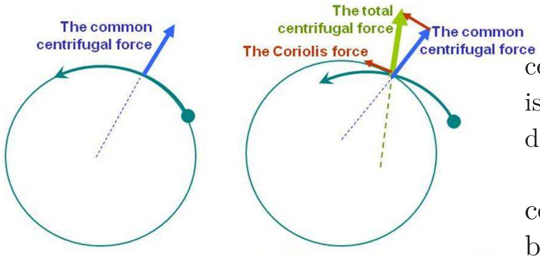


Figure 1: The gist of Coriolis 1835 mémoire: the centrifugal force on an object that moves inward (right) is different to that of an stationary object (left). The differences constitutes the "Coriolis force".

That the Coriolis force is an extension of the centrifugal force means that it cannot normally be treated on its own.

Nevertheless, in my first article (15 February 2018) where the "beautiful" Coriolis term $-\mathbf{2\Omega} \times \mathbf{V}$ was dissected, it appeared that for motions over a rotating planet it indeed seemed to act on its own and the centrifugal force due to the earth's rotation could be disregarded.

In the second article (15 May 2018) it was, however, explained that this was thanks to the non-spherity of the earth which allowed a non-vertical component of gravitation (also called Newtonian gravity) to balance the centrifugal force. *Kinematically the Coriolis term can be treated on its own, dynamically it must be considered together with two other forces, gravitation and the centrifugal force.*

A second reason for the confusion in 1905 was that already at that time quite a few incomplete, misleading and erroneous interpretations of the Coriolis effect had made their way into the literature[1]. Most of them are still around today and continue to confuse us. In this final article I will list the most popular "explanations" and show why they are incomplete, misleading or wrong.

5. The teaching of the Coriolis force

The Coriolis term $-\mathbf{2\Omega} \times \mathbf{V_r}$ can by "the right hand rule" be shown, in a counter clockwise rotating system, to deflect motion by 90^o to the right (left in a clockwise rotating system). This is also correctly stated in all literature. But the fact that this property makes the Coriolis force a so called "*central force*" is rarely mentioned. That's why the main point in my first article was that the Coriolis force does more than just "deflect" - *it tries to drive moving objects into circular trajectories, so called "inertia circles".*

[1] My impression from the German literature in meteorology is that the 1885 textbook "Lehrbuch der Meteorologie" `Lehrbuch` by Adolph Sprung has an excellent and up to our days unsurpassed treatment of the Coriolis efect. Unfortunately, like Coriolis's 1835 mémoire, it was obviously not understood. Considering the mediocrity which the last 100 years has characterized German explanations one gets the feeling that the frustrating 1905 debate made the Germans "give up" on the Coriolis Effect.

The conventional education in mechanics and meteorology limits itself to the "deflection" and to illustrate this some of the following explanations are presented to the students:

1. The carousel model: A rectilinear motion over a (anticlockwise) rotating carousel as seen from "outside" appears to curve to the right when observed from "inside" (figure 2).

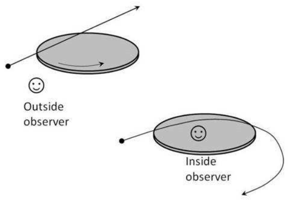


Figure 2: An object moving over a counter clockwise rotating carousel will for an observer on the carousel appear to be deflected to the right, just as predicted by the Coriolis term.

This can also easily be experimentally verified at any children's merry-go-round or seen on videos on Youtube.

2. The rotating earth model: When objects move towards the equator they will, *retaining their absolute speed*, appear to "lag behind", as they pass from slower moving latitudes to faster, whilst moving in the opposite direction, from faster to slower moving latitudes, they appear to "push ahead". In both cases they will appear to be deflected to the right (figure 3).

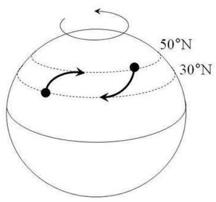


Figure 3: An object moving towards the pole where the latitudes move slower or away from the poles where the latitudes move faster, it will in both cases appear to be deflected to the right.

This is by far the most popular explanation. It goes back to the German meteorologist Heinrich Dove (1803-79) but is normally associated with the English meteorologist George Hadley (1685-1768). It appeals intuitively to our experience of jumping on or off a rectilinearly moving vehicle, conserving our absolute velocity.

3. The Foucault pendulum: A pendulum is *assumed to move under inertia with almost no friction*. It therefore keeps its plane of swing locked in absolute space, pointing towards some distant fix star. With the earth rotating counter clockwise beneath this results in a deflection to the right (figure 4).

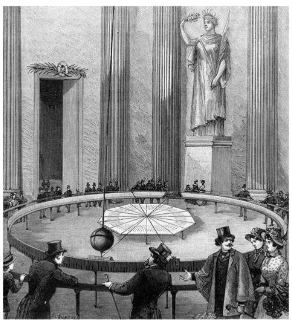


Figure 4: The Foucault pendulum, assumed to maintain its orientation in absolute space, will appear to be deflected to the right because of the counter-clockwise rotation of the earth beneath it.

For all three examples there seems to be a perfect agreement between the mathematical theory and the physical reality. *They all are, nevertheless, incomplete, misleading or wrong.*

1. The carousel model: The motion will indeed deflect to the right, but it will not go into an "inertia circle" trajectory but, because of the presence of the centrifugal force, into an ever widening spiral. This explanation is, however, not wrong but incomplete and therefore misleading. *Modified it will provide a correct explanation and new insights, as will be shown below.*

2. The rotating earth model: When this model became increasingly popular during the second half of the 1800s it was also heavily criticized: Theoreticians pointed out it gives the impression that the deflection only works for north-south motions and not for east-west, that it was not the absolute but relative velocity that was conserved and that, to make matters worse, the model predicted totally unrealistically high wind speeds (figure 5).

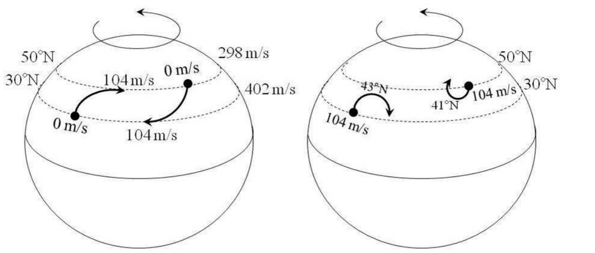


Figure 5: An object moving between 30^oN to 50^oN would, if the erroneous assumption about conservation of absolute velocity were true, increase its velocity to 104 m/s (left). In reality, an object moving with e.g. this speed would move into an inertia circle trajectory and not be able to reach the "desired" latitudes 30^oN and 50^oN (right).

This popular explanation is therefore, for many reasons, both misleading and wrong. Still it has retained its popularity, mainly because mostly only the predicted wind directions are displayed (such as in figure 3 above).

3. The Foucault pendulum: This explanation is only valid on the Poles, where the plane of swing is indeed locked in absolute space. At all other latitudes this is not the case and the plane of swing is slowly moving versus the fix stars. The reason is that the Foucault pendulum, in contrast to the popular conception, is not moving under inertia, but is affected be a component of gravitation (see figures 6-8 in part II). *The explanation is therefore wrong and misleading.*

The misconception of the Foucault pendulum provides yet another example of the importance of a proper respect for proper interpretations of mathematics. The generally agreed expression for the period is $\boldsymbol{\tau}=$ **one sidereal day/sine(latitude)** and not $\boldsymbol{\tau}=$ **sidereal day** as the erroneous explanation would imply.

6. The carousel model re-considered

As mentioned above, the carousel version is not wrong, just incomplete and misleading. Indeed, if slightly modified it can be used for a correct explanation. This can be done in two ways, one complicated and a bit expensive, one simple and without any costs.

The complicated and expensive one is to deform the flat carousel into a rotating parabola (figure 6).

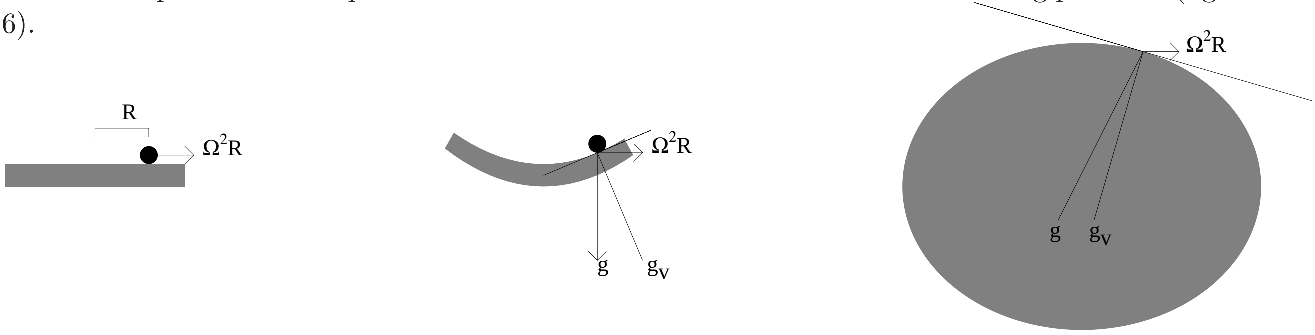


Figure 6: By deforming the flat carousel (far left) into a parabola a balance between the outward centrifugal force $\mathbf{\Omega^2 R}$ and the inward component of gravity **g** is achieved (centre). This is in principle the same mechanism that neutralizes the centrifugal force on the rotating earth (far right).

If the body is at relative rest in the parabola the absolute trajectory will follow the rotation and be circular (figure 7 a). If the body is perturbed and has its own relative motion this will be an "inertia circle" (small thick circle) whereas the absolute will be elliptic (figure 8 b)[2].

[2] The slight eryical motion in a parabola will lead to a slow progression of the elliptic trajectory

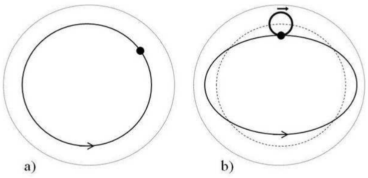


Figure 7: The absolute and relative motions of a body on a rotating parabola for a body at relative rest (a) and with a relative motion versus the rotation (b).

The simple way is to keep the flat carousel but only consider motion at or close to the centre of rotation where $R = 0$ or $R << 1$. Figure 8 shows the absolute and relative trajectories of a body passing over the centre of a rotating carousel. The closer the body is to the centre of rotation the more its trajectory agrees with the theoretical curvature of an "inertia circle".

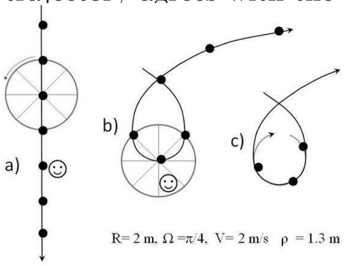


Figure 8: A body is during 2 seconds passing over a carousel with radius $R = 2$ m, rotating with an angular velocity of $\omega = \pi/4$rad sec^{-1}(a). The closer the body is to the centre of rotation (b) the closer the curvature of the trajectory agrees with the theoretical "inertia circle" radius $\rho = V/2\Omega \approx 1.3$ m (c).

Considering infinitesimal small distances from the centre of rotation a so called "simplified" derivation of the Coriolis force can be made, first suggested 1848 by the French mathematician Joseph Bertrand (1822-1900).

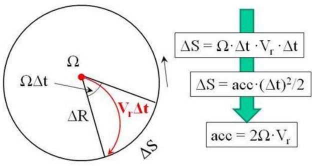


Figure 9: Joseph Bertrand's derivation of the Coriolis force at, or infinitismally close to, the centre of rotation where the centrifugal force can be disregarded.

This final analysis helps us to identify another common misconception. In many attempts to explain the Coriolis effect motions starting from the North pole are considered. It can be a polar bear venturing southward or a canoon ball fired in the same direction.

But the North pole cannot be compared with the centre of a carousel. The centrifugal force is indeed zero at the North Pole, but this is not only because the distance to the centre of rotation $R = 0$ but also because the centrifugal force - thanks the non-spherical shape of its surface - can be disregarded *anywhere* on the planet.

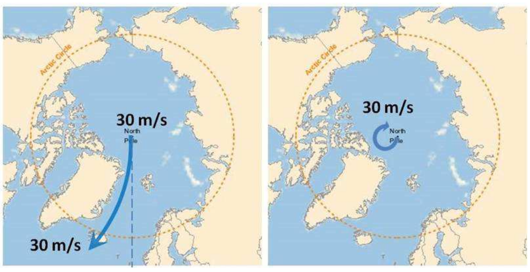


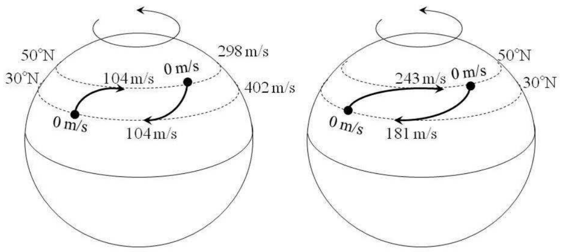
Figure 10: An object leaving the North Pole with a speed of 30 m/s will not follow the same trajectory as if the earth had been a gigantic carousel (left) but stay confined in a small area close to the Pole in a inertia circle with a radius of about 200 km (right).

After all this criticism of the way the dynamics of the atmosphere is treated in meteorology, one might ask if the science of dynamic meteorology has suffered? It would carry too far to elaborate on this question in this article. Instead I will present the readers with a famous "paradox".

7. "The angular momentum paradox"

It was quite early, in the mid-1800's, that the conservation principle should not be applied to the absolute velocity, but to the absolute angular momentum, the product of the tangential velocity and the distance to the axis of rotation.

When this was applied, catastrophe struck: the unrealistically high winds doubled in strength.



. Figure 11: Comparison of calculations of the winds using the erroneous principle of conservation of absolute velocity (left) and the correct principle of conservation of angular momentum (right). It was considered a "paradox" that a correct principle produced much worse results than an erroneous principle.

The first scientist who was hit by this "paradox" was Hermann von Helmholtz (1821-94) who in 1888-89 tried to analyse the general circulation of the atmosphere. His explanation assumed that the strong winds in conflict with weaker winds would create vortices that would slow down the motion. He is therefore credited with having theoretically deduced the existence of "wandering cyclones".

Other theoreticians invoked turbulence as the main factor that would slow down the winds. Convective cloud formations which could reach up to 10-12 km was also suggested as "breaks" for the strong winds. Current textbooks list all these three explanations together with some less likely, e.g. friction.

However, the "paradox" was solved already in 1920-21 by American and British meteorologists, but was ignored for unknown reasons. Perhaps they were not prominent enough or their explanation was too "trivial"?

Next time: Another beauty in the mathematics of meteorology, angular momentum and a solution to the "paradox".

MATHEMATICAL MODELING WITH MEASURES

Mathematical Modeling with Measures: Where Applications, Probability and Determinism Meet from 3 Dec 2018 through 7 Dec 2018 VENUE:

Lorentz Center@Snellius, Leiden, The Netherlands DESCRIPTION AND AIM OF THE WORKSHOP

The workshop aims at sharing and advancing the state-of-the-art in 'Mathematical Modeling with Measures'. This goal is achieved through scientific discussions and tutorials accessible to both junior scientists as well as to senior scientists from related fields. Everyone will have the opportunity to present their latest research. We wish to identify new open problems motivated by specific applications and novel theoretical questions — we will foster all collaborative efforts for this to happen.

A few concrete applications and the analytic techniques required to deal with them will have a core role, while a key recurrent topic will be the interplay between probabilistic and deterministic models. We expect that new research will start off during the workshop week, fuelled by lively and deep discussions.

SCIENTIFIC ORGANIZERS:

Azmy Ackleh (Lafayette, USA), Rinaldo Colombo (Brescia, Italy), Paola Goatin (Sophia Antipolis, France), Sander Hille (Leiden, Netherlands), Adrian Muntean (Karlstad, Sweden)

More info: `Measure`

Våra ?indiska? siffror

Jockum Aniansson

Förbehåll. Varje berättare måste själv välja ut det han förtäljer och ofta skapa en röd tråd in sin berättelse. Detta bör han göra helt subjektivt. Om ni tycker jag är polemisk (av grekiskans pólemos, krig) så riktar jag mig huvudsakligen mot våra döda föregångare. Det finns säkert otaliga varianter till framställningen nedan. Författaren emottager gärna *konstruktiv* kritik.

Den läsare som går till min fil `Jockum` kan där finna pekare till **bilder** på nätet.

* * *

När jag var liten kallades våra vanliga siffror arabiska. Långt senare fick jag se beteckningen indisk-arabiska siffror, men numera tycker jag benämningen indiska siffror är den bästa. Vi så?

Grekerna. Vi tager vårt avstamp i det klassiska Hellas. "De gamla grekerna" hade tjugosju olika tecken för talen

ett, två, $\cdots$, nio, tio, tjugo, $\cdots$, nittio, hundra, tvåhundra, $\cdots$, niohundra.

Det var helt enkelt bokstäverna i deras alfabet som fick göra dubblerad tjänst. När ett siffervärde avsågs tillfogade man oftast ett tecken kallat keraia, som påminner om en akut accent eller matematikens prim-symbol (och kanske liknar en apostrof), se nedan. Detta system vilar uppenbarligen på bas tio. Trots det så brukade grekerna det babyloniska, sexagesimala talsystemet med bas sextio för t ex vinklar med grader, minuter och sekunder. Astronomen Klaudios Ptolemaios (circa 100–160) lär ha använt en punkt eller liten ring som platshållare i sina omfattande kordatabeller (i de positioner i tabellen där ingen "riktig" siffra skulle stå). Dessa tabeller ingick i hans stora astronomiska verk Mathematike syntaxis, Den matematiska samlingen, fick senare namnet Megale syntaxis, Den stora samlingen, vidare Megiste (syntaxis), Den största (samlingen), vilket på arabiska blev al-Megist eller Almagest.

Indierna. Även indier och kineser använde bas tio. Vi kan spåra våra tio siffror till den indiska subkontinenten. Ursprungligen verkar indierna ha använt tjugosju olika symboler för samma tal som ovan nämnts plus några till för ännu större tal. De brukar på engelska kallas Brahmi numerals. Omkring år 600 e Kr synes indierna hava slutat använda symbolerna för talen tio, tjugo, osv och koncentrerat sig på siffrorna ett t o m nio, som de då utnyttjade i ett positionssystem. Eftersom sanskrit är ett indo-europeiskt språk så liknar deras ord för de första nio siffrorna våra egna ord. Först står räkneordet på sanskrit och efter snedstrecket på dagens dotterspråk hindi (här tyvärr utan vissa diakritiska tecken):

eka/ek, dvi/do, tri/tin, catur/car (jfr latinets quattor, ryskans tjety're), pañca/ pãc (jfr grekiskans pente, ryskans pjat'), sas/chah, sapta/sat (jfr franskans sept), asta/ath, nava/nau.

Tecknen för de indiska siffrorna utgjorde möjligen i sin första form initialbokstäverna i motsvarande räkneord. Från början fanns nog ingen platshållare bland siffrorna. Troligen markerade man en tom plats i detta positionssystem med en prick eller punkt.

Den store indiske matematikern Brahmagupta skrev om begreppet noll år 628.

Den äldsta nollan som en liten rund ring har spårats till Cambodja år 683. På sanskrit kallades den sunya eller shunya, vilket också betyder tom. (Slavister kan jämföra med ordet sujetá på ryska, som betyder vanitas, fåfänglighet, och det är ju nästan samma som tomhet.)

Arabiska. Kalifen al-Mansur, som regerade år 754–775, räknas som Baghdads grundare år 766. Det sägs att han bad indiska lärda komma till Baghdad och medtaga astronomiska manuskript. De indiska siffrorna kan ha kommit till Baghdad med en "ambassad" (beskickning, följe) från Sind i nv Indien i början av 770-talet. Delegationen medförde en indisk astronomisk avhandling, som översattes till *Sindhind al-kabir*, där al-kabir betyder den stora.

Bayt al-Hikma (Bayt al-Hikmah, Bayt Ul-Hikma, Visdomens Hus) i Baghdad grundades av kalifen Harun al-Rashid (reg. 786–809, känd från samlingen *Tusen och en natt*) eller av hans son kalifen al-Mamun (reg. 813–833). Där samlades många lärda, speciellt perser. Tyvärr fick inte Bayt al-Hikma blomstra många sekel och slutligen jämnades Baghdad med marken vid mongolernas invasion år 1258.

En av de första och största matematikerna i Baghdad var Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (780–850, Muhammed, son till Musa, från Khorezm – som ursprungligen var namnet på en oas söder om Aralsjön i dagens Uzbekistan). De indiska siffrorna infördes på arabiska utav bl a al-Khwarizmi i boken (från circa år 825)
Kitab al-jami wa-l-tafriq bi hisab al-Hind eller
Kitabu l-jamiwa 't-tafriq bi-hisabi 'l-Hind.
Dess titel har översatts till
Liber de additione et subtractione cum calculo Indico,
Algoritmi de numero Indorum,
d.v.s.
Book on augmentation and diminution with Indian reckoning,
On the Calculation with Hindu Numerals.
Ordet sunya översattes till det arabiska sifr, som också betyder tom. Al-Khwarizmis mest berömda verk (från circa år 825–830) är
Al-kitab al-mukhtasar fi hisab al-jabr wa'l-muqabala, (på latin egentligen:)
Liber compendiosus de computando per perfectionem compensationemque,
men den blev circa år 1145 översatt till latin med den kortare titeln
Liber algebrae et almucabala.

Det anmärkningsvärda är alltså att translatorn **inte** översatte de två enkla arabiska orden *al-jabr* och *al-muqabala* i titeln. På andra språk har boken kallats
Kompendiet om beräkning genom återställande och balansering,
The Compendious Book on Calculation by Completion and Balancing,
Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison,
Kratkaja kniga vospolnenija i protivopostavlenija.

Ordet al-djabr blev till slut beteckningen för dessa manipulationer, på franska *algèbre.*

Boken inleds med att lovprisa Gud och där står att "Allah har gjort den framstående imamen al-Mamun, de trognas härförare, förtjust i vetenskap."

När sedan (de enkla algebraiska) operationerna förklaras, så kan man i den latinska översättningen läsa orden *Dixit algorismi* (säger al-Khwarizmi), vilket med tiden kom att omtolkas till *säger algorithmen.* Mannen från Khorezm blev omvandlad till det idag omhuldade ordet för räkneregel, räkneprocedur. Ibland får ordet algoritm nästan betydelsen oomkullrunkeligt datorprogram, omutligt mjukvaruprogram, gudomligt obegripligt. Under latiniseringen blev al-Khwarizmi först Alchoarismi, för att sedan transformeras till Algorismi, Algorismus, Algorisme, Algorithme. (Men al-Khwarizmi var inte ensam; hans yngre kollega al-Kindi skrev omkring år 830 fyra volymer om hur man använder de indiska siffrorna, om hur man räknar *al-Hindi.*)

Europa. I Romarriket användes både grekiska och romerska siffror. Det är lätt att gissa att dessa båda minst sagt klumpiga siffersystem med tiden måste ha framstått som nästan oöverstigliga hämskor.

De muslimska morerna hade tagit med sig de indiska siffrorna till iberiska halvön. De kristna européerna kom i kontakt med dessa siffror som de arabiska handelsmännen använde. Redan mot slutet av 900-talet e Kr försökte den blivande påven (sic!) införa de indiska siffrorna till det kristna Europa.

Han hette Gerbert d'Aurillac (född mellan år 945 och år 950, död i Rom år 1003), kallad le savant Gerbert, den lärde Gerbert, påve åren 999–1003 med namnet Silvester II (eller Sylvester). Gerbert tillbringade åren 967–970 i Spanien och lärde sig där de nya indiska siffrorna, som han tog med sig hem till bl a Reims i Frankrike och sedan till Italien. Men nollan verkar ha saknats och då kan man ju inte räkna särskilt effektivt med dem. På en berömd bild i Codex Vigilanus från år 976 kan man känna igen merparten av de nio siffrorna men långt ifrån alla.

Det var fler som gjorde propaganda för de nya siffrorna: Adelard av Bath (Atelhard) översatte al-Khwarizmi omkring år 1130 och då kom siffrorna med på köpet. Juan Hispalense (Johannes Hispalensis, Jean de Séville, Johan av Sevilla, aktiv 1135–1153) skrev lärobok i samma ämne omkr. 1150. Nollan verkar nu dyka upp i det kristna Europa först på 1100-talet.

Men det räckte inte med vare sig ett eller två eller tre försök. För många kändes nog de "gamla, hederliga" romerska siffrorna säkrare. Kyrkans makt var stor. Gerberts motståndare avbildade honom i lag med självaste djävulen.

Leonardo. Den som slutligen lyckades introducera de nio indiska siffrorna och nollan var den norditalienske matematikern Leonardo Pisano (Leonardo från Pisa, född circa 1175–1180, död circa 1235–1241). Hans far arbetade vid tullhuset i Bugia (Bougie, Béjaïa, hamnstad i Kabylien i dagens Algeriet). Där kom sonen i kontakt med det nya räknessättet. Senare under sina vidsträckta resor kring Medelhavet lärde han sig tillräckligt för att i sin bok Liber abaci (Liber abbaci, Boken om abacus, räkning eller räknekonst), från år 1202, omarbetad år 1228, använda dem alla tio.

Abacus betyder räknetavla, senare även räkneram (ofta av trä) med träkulor uppträdda på parallella smala metallstänger.

Leonardo skriver i boken att han räknar *modus indorum*.

Inte nog man att han drog en lans för de indiska siffrorna, boken var full av roliga räkneuppgifter. En av dessa handlade om de kända kaninparen, som antogs föröka sig som en i stort sett geometrisk progression (med geometrisk hastighet), den explosionsartade fart, som vi idag kallar exponentiell tillväxt. År 1838 (sic!) fick han circa sexhundra år efter sin död tillnamnet Fibonacci, vilket är en kontraktion av latinets filius Bonacii och italienska figlio di Bonaccio (son till Bonaccio). Ordet Fibonacci var det patronymikon (fadersnamn) som hans far Guglielmo och hans farbröder bar; Bonaccio var sålunda Leonardos farfars förnamn. Så kan det gå när man inte själv står kvar på barrikaderna och kan försvara sig! Mot slutet av sitt liv hade han förärats den vackra titeln *Discretus et sapiens magister Leonardo Bigollo* (efter Bugia).

Ordet siffra. I det kristna Europa fick nollan under korstågens tidevarv många stavningar, som alla går tillbaka till arabiskans sifr:

sifra, cifra, cyfra, cyphra, zyphra, tzyphra, zephirum, osv.

Leonardo själv skrev zephirum, kanske under intryck av den grekiska Västanvinden Zefyros, på latin Zephyrus, på italienska Zefiro.

Det arabiska ordet sifr (as-sifr) har i Europa transformerats till tre olika ord med tre olika betydelser:

1) Orden sifr eller safira gav på latin zephirus och den italienska formen zefiro, på venetianska zevero, vilket kontraherades till det italienska zero, som via franskans zéro blev engelskans zero.

Dock fanns ordet cipher länge kvar i engelskan i betydelsen noll. På svenska kunde man förut säga om någon att *han är just en siffra*, i betydelsen han är ju en (riktig) nolla.

2) Tillsammans kallades de tio krumelurerna på latin *ciphræ et figuræ,* där ettan t o m nian kallades figurer, men med tiden kom alla tio att kallas *ciphræ,* vilket återfinns i italienska cifra, franska chiffre, tyska Ziffer, svenska siffra. Men på engelska kan man än idag kalla alla siffrorna för *figures*

3) En tredje betydelse är chiffer, portugisiska cifra, ryska sjifr. Det franska verbet chiffrer (chiffrera, kryptera) finns belagt redan år 1515. (François Viète (1540–1603) blev expert på detta.) Kanske började man med bokstavschiffer, där bokstävernas förskjutning beskrevs av siffror.

Vårt ord noll kommer nog via tyskans null från latinets nullus (ingen) och det äldre italienska *nulla figura* (dvs ingen siffra).

Om man idag slår upp Leonardos Liber abaci och tittar på siffrorna i marginalen, så upptäcker man till sin förvåning att man inte kan läsa dem alla! Det skulle taga ännu *trehundra år* innan samtliga fått sitt idag välkända utseende; man brukar säga att det var den lysande konstnären Albrecht Dürer (1471–1528), som först på femtonhundratalet gav siffran fem en form som vi idag är vana vid. Den nya boktryckarkonsten bidrog samtidigt starkt till de nya siffrornas snabbare spridning.

Från samma sekel finns underbara gravyrer som visar hur abacister tävlar i räknefärdighet med algorister. Abacisterna höll kvar vid sin gamla kulram eller räknebräde med kulor, medan algoristen skrev med de moderna siffrorna. (Abacist betydde nog räknenisse från 1200-talet fram till 1500-talet.)

Banker och bokföring. Åter till norra Italien på 1200-talet. Arsenalen i Venedig finns kvar än idag. Här byggdes handelsfartyg nästan som på löpande band. Adelsmän och patricier investerade i nya fartyg, som skulle kunna segla till Levanten och lasta fartygen fulla med kryddor och andra åtråvärda österländska varor. Om de inte kapades av sjörövare skulle vinsten delas hemma i Venedig. Alla dessa räkenskaper blev mycket lättare med de nya indiska siffrorna. Tillgångar skrevs med svart bläck och skulder med rött bläck (minustecknet hade ännu icke gjort sitt intåg). Än idag vill man inte hamna "in the red" på engelska. Den dubbla bokföringen och bankväsendets uppkomst hänför sig till detta tidevarv.

Sverige. Till vårt land kom de nya siffrorna nästan förvånansvärt snabbt, mätt med den tidens mått: Från slutet av 1200-talet dyker de upp i svenska offentliga handlingar, för att bli vanliga först på 1400-talet. De återfinns på mynt från detta sekel, t ex på ett mynt slaget av Sten Sture d ä år 1478. De romerska siffrorna utträngdes först på 1500-talet i Sverige, men icke fullständigt: Vi har ju kvar dem så att säga i reserv, som alternativa siffror för t ex kapitelindelning. Som ett kuriosum kan nämnas att grekerna har behållit sina gamla grekiska siffror för t ex regenter; vår egen konung Carl XVI Gustaf heter på grekiska

Karolos IΣT′ Goustavos, $K\acute{\alpha}\rho o\lambda o\varsigma$ IΣT' $\Gamma o\upsilon\sigma\tau\alpha\acute{\upsilon}o\varsigma$.

där räkneordet I′ betyder tio eller den tionde, och räkneordet ΣT′ betyder sex eller den sjätte; tillsammans alltså sexton eller den sextonde. Apostrofen efter bokstaven avslöjar att det rör sig om ett tal eller en siffra och inte en vanlig bokstav med ett helt annat ljudvärde.

(Den gamla grekiska bokstaven digamma, som hade tilldelats talvärdet sex, föll tyvärr tidigt bort ur det panhellenska alfabetet; den ersattes av bokstaven stigma, som också föll bort! De ersattes i skrift av (den otympliga) kombinationen av *tvenne bokstäver*, så att talet sex i högtidliga sammanhang skrivs $\sigma\tau$! [Denna olycka drabbade de tre olika grekiska bokstavsiffrorna sex, nittio (koppa, qoppa) och niohundra (sampi eller tsampi).])

Sammanfattning: De siffror vi dagligen använder kallas i den indiska konstitutionen för "the international form of Indian numerals". De mindre internationella och förmodligen mer ursprungliga siffrorna kallas "the Devanagari form of numerals".

Våra siffror kommer från Indien, medan själva ordet siffra kommer från arabiskans sifr, som är en översättning av indiernas ord sunya.
al-Khwarizmi skriver att han räknar *al-Hind*.
Leonardo räknar enligt *modus indorum*, på indiernas sätt.
Så när vi talar om "arabiska siffror" är det egentligen bara ordet siffra som är arabiskt.
Varför börjde de då kallas "arabiska siffror"?
Kanske för att det arabiska ordet sifr kom att beteckna dem alla tio.
De förmedlades ju onekligen till Europa av muslimerna på den iberiska halvön, i Nordafrika och i Mellersta Östern.

Uppvaknande. En av dem som bidrog till att återge dem deras rättmätiga namn var kanske den lärde nederländske bibliofilen och manuskriptsamlaren Isaac Vossius (1618–1689), som bl a var drottning Kristinas lärare åren 1648–1654. År 1658 upptäckte han i ett manuskript av romaren Boethius (eller Boëthius, född mellan 524 och 526, död 480/485) siffror, som liknade de indiska.

Matematikhistorien blommade upp på adertonhundratalet och då började man gradvis korrigera många gamla missuppfattningar. Till detta kan vi återkomma.

Thomas Kaijser död

Ulf Persson

Som redan nämnst i denna Bulletins introduktion har Thomas Kaijser avlidit. Detta kom som en total överraskning för oss som kände honom, och Göran Högnäs från Åbo skriver

> *Det var med stor bestörtning mina kolleger vid Åbo Akademi och jag mottog sorgebudet att Thomas gått bort. Han var en välkänd profil hos oss och hade faktiskt skickat hälsningar till oss från en konferens i Houston så sent som i somras.*

Hans liv ändades med en hjärtattack på hans cykel. Man antar att det gick mycket hastigt och att han aldrig hann uppfatta vad som var på färde. Men som sagt fullkomligt oväntat, och enligt vad jag erfarit hade han fått besked strax innan att han var fullt frisk. Men när jag i samband med dödsfallet läste om det sista brevet jag fick från honom strax efter nyår upptäckte jag en hänvisning till hälso-oro föranledd av en möjlig kranskärlsförträngning men med det viktiga tillägget att han både kände sig och var i god fysisk form. Det senare lugnade mig och jag lade det inte på minnet.

Sten Kaijser, hans storebror, inleder med framför allt gemensamma minnen från dears uppväxt. Under större delen av deras skoltid bodde de faktiskt ensamma i Danderyd, ty deras far var diplomat och föräldrarna tillsammans med småsyskonen ambulerade runt i världen. Därefter bidrager Kjell-Ove Widman med minnen såsom vän och kollega, och slutligen redogör Göran Högnäs från Åbo om Thomas vetenskapliga intresse och gärning. När det gällde det senare vill jag bara tillägga Thomas alltid var modest och aldrig framhöll sig själv i det spel om 'upmanship' man inte sällan kan observera bland våra kolleger. Men man skulle akta sig för att underskatta honom, ty denna låga profil hindrade honom inte från att då och då ge skarpa och insiktsfulla kommentarer efter någon föreläsning.

Biografiska data

Linköping 14/8 2018 Foto: Lena Köster (Svägerska)

Född Härnösand den 14 augusti 1942[1]
Bosatt i Helsingfors till sommaren 1945 och därefter i USA till 1948
Folkskola i Danderyd 1948-1952
Djursholm Samskola 1952-1960, varav fyra år i realskolan därefter fyra år i gymnasiet.
Således studenten vt 1960
Studier vid Stockhomls Universitet 1960-1961
Militärtjänstgöring vid Ing 1 (avslut som reservofficer) 1961-1962
Studier vid Uppsala Universitet 1962-1973
Fil.lic 1970
Doktor 1973 (handledare Lenart Carleson)
'post-doc' vid Cornell University 1973-1974
Tjänst vid KTH, sedan FOA 1974-1976
Anställd i Linköping sedan 1976
Hans son Robert föds med Downs syndrom 1978
Befordran till professor 1/8 2009
Pensionerad 1/4 2011
Död Linköping den 28 augusti 2018

Min bror Thomas

Sten Kaijser

Thomas har funnits i hela mitt medvetna liv. Jag var två år när han föddes och några tidigare minnen än så har jag inte. Vår far var under 1942 och halva 1943 andresekreterare på den svenska legationen i Oslo. I slutet av sommaren 1942 tog vår mor med sig sin då ende son till sina svärföräldrar i Härnösand, där Thomas föddes den 14 augusti. Efter några veckor reste vår mor med sina nu två söner tillbaka till sin make i Oslo.

Sommaren 1943 förflyttades vår far till den svenska legationen i Helsingfors där familjen blev kvar till krigsslutet. När den ryska slutoffensiven inleddes i februari 1944 så började man också bomba Helsingfors. Thomas och jag evakuerades då till Fiskars, där vi blev omhändertagna av släktingar under några veckor.

När kriget var slut förflyttades vår far till New York där han blev vicekonsul på det svenska generalkonsulatet. (Det kan nämnas att FN då fanns i San Francisco och inte flyttade till New York förrän efter att vår var hemkallats till Stockholm hösten 1948.) Det som var lite speciellt med de åren var dels att både Thomas och jag började skolan där, dels att man skrev med blyertspennor. Thomas gick bara ett par veckor i skolan i Förenta Staterna men fick efter hemkomsten fortsätta i första klass i Sverige. Det innebar att han under hela sin skoltid var minst ett halvår yngre än alla sina klasskamrater. (Det där att man skrev med blyertspennor innebar att jag fick skriva med vänster hand, något som jag fortsatt med sedan dess – jag brukar säga att jag är en av de äldsta i Sverige som aldrig tvingades lära mig att skriva med höger hand.)

Våra föräldrar köpte ett hus i Danderyd nära gränsen till Djursholm, så att när jag hösten 1950 skulle börja realskolan så kunde jag cykla till Djursholms Samskola. Vi bodde sedan i nästan 4 år i det huset och under de åren så fick vi två yngre syskon. Vår yngste bror Arne gick senare på Teknisk fysik i Lund, doktorerade i teknikhistoria med den gamle matematikern Lars Ingelstam som handledare i Linköping, och efterträdde så småningom Svante Lindqvist som professor i Teknikhistoria vid KTH.

[1] Fadern var också född i Härnösand.

Sommaren 1952 placerades vår far som förstesekreterare vid den svenska legationen i Ankara. (Det bör kanske nämnas att Sverige vid den tiden visserligen hade ambassader men de fanns bara i viktiga huvudstäder som London, Paris, Washington och något senare i huvudstäder som var viktiga för Sverige som våra grannländer. I andra länder hade man legationer och legationschefen hade då titeln "minister".)

Under sommaren 1952 lämnades de 4 barnen under ett par veckor hos släktingar i den by som spelat en stor roll i våra liv, nämligen den numera tyvärr inte helt okända byn Malexander. Till hösten fick småsyskonen, då 4 och 2 år gamla, flyga ner till sina föräldrar i Ankara medan Thomas och jag inackorderades i Djursholm.

Sommaren 1953 fick Thomas och jag hälsa på resten av familjen i Turkiet, något som jag nämner mest på grund av en liten kuriositet. Både Thomas och jag hade fått lära oss "hur man spelar schack", något som vi roade oss med ibland. Den sommaren var det ovanligt gott om skandinaviska pojkar i Turkiet något som gjorde att vi inte lärde oss mer än några enstaka ord turkiska. Nåväl, vi spelade inte bara schack mot varandra utan även mot en del andra pojkar.

Det finns ett parti som var ganska speciellt eftersom Thomas i sitt andra drag kunde sätta sin motspelare schack matt. (Det är såvitt jag kan förstå det kortast möjliga partiet och det är bara svart som har möjligheten. Vit har några olika möjligheter när det gäller dragföljden och jag minns inte exakt hur partiet gick, men vit måste göra två bondedrag och bönderna måste stå på g4 och f2 eller f3. Svart måste i sitt första drag spela e6 eller e5. I det andra draget spelar svart Dd8-h4 schack matt.) Det kan nämnas att Thomas motståndare i det partiet senare gjort en lysande karriär i den svenska statens tjänst.

Efter två år i Ankara förflyttades vår far till Haag där våra yngre syskon fick börja skolan. Efter det kunde vi besöka familjen även under våra jullov.

Fram till sommaren 1959 var det bara Thomas och jag. Vi bodde först inackorderade i 3½ år och fick sedan bo i en "uthyrningsdel" av familjens hus i Danderyd. Jag tog studenten 1958 och eftersom vi båda var ett år unga när vi tog studenten så bodde jag kvar tillsammans med Thomas ett år till, medan jag läste matematik och teoretisk filosofi vid Stockholms högskola.

Till sommaren 1959 kom resten av familjen hem till Sverige, så att det sista året i gymnasiet fick Thomas bo med sin familj. Jag ryckte in i det militära i juni 1959 och Thomas tog studenten våren 1960.

Jag flyttade då till Uppsala medan Thomas läste matematik ett år vid det som då blivit Stockholms universitet. Sedan gjorde han lumpen och kom till Uppsala hösten 1962. Jag var då amanuens vid matematiska institutionen, något som Thomas blev året efter. Sedan dess har vi båda försörjt oss som matematiker. Vi hade båda Lennart Carleson som handledare och vi fick båda skriva våra avhandlingar som stipendiater vid Institut Mittag-Leffler. Thomas hade då redan hamnat i gränslandet mellan matematik och matematisk statistik och skrev en avhandling om slumpvisa produkter av matriser. Jag disputerade 1971 och Thomas 2 år senare.

Jag var under ett år lektor vid matematiska institutionen i Stockholm, innan jag fick en docenttjänst i Uppsala, där jag sedan blev kvar. Thomas gick en lite annan väg där han först fick ett år som post-doc hos Harry Kesten i Cornell, och sedan via KTH så småningom hamnade vid FOA, senare FOI, i Linköping. Dit kom han 1976. I oktober 1978 föddes hans son Robert med Downs syndrom. Det var något som mer än någonting annat kom att styra resten av Thomas liv. Thomas skiljde sig när Robert var 4 år och efter det blev Thomas ensamstående far till en son med Downs syndrom.

Ett par år senare fick Thomas tjänst som lektor vid matematiska institutionen vid Linköpings Universitet och fram till sin pensionering så delade han sin tid mellan FOI och universitetet. Vid FOA var han tillämpad matematiker vilket gjorde att de rapporter han skrev där inte publicerades i matematiska tidskrifter, men han lyckades trots sin ganska besvärliga familjesituation hålla igång också med matematik.

När sonen skulle börja skolan kämpade Thomas för att han skulle få en så normal skolgång som möjligt och helst också få icke handikappade skolkamrater. Under några år från våren 1988 och fram till sommaren 1993 hade Thomas och jag ett lite speciellt förhållande. Hösten 1987 hade min (numera avlidna) hustru och jag adopterat en 7-årig pojke från Lissabon. Eftersom han inte heller hade det så lätt i skolan så blev det naturligt att vi umgicks med våra två söner. Vi gick exempelvis långa vandringar tillsammans, pojkarna med var sin cykel och vi vuxna gående.

Läsåret 1995-96 lyckades Thomas få sin son antagen som utbytesstudent i Christchurch i Nya Zeeland. Förutsättningen var att Thomas "följde med" för att kunna avlasta värdfamiljen. Thomas lär någon gång ha sagt att det var det kanske lyckligaste året i hans liv.

Thomas kunde fortsätta att forska i matematik och efter att ha handlett en duktig doktorand fram till en doktorsexamen så blev han så småningom befordrad till professor. När Robert var 30 år blev det dags att släppa taget om sonen som sedan dess bott i ett gruppboende i Linköping. Att Thomas året efter gick i pension innebar visserligen att han inte längre behövde undervisa, men det innebar inte att han gav upp sin matematik. Det blev istället så att han ägnade ännu mer tid åt matematiken.

Jag vill nämna att Thomas var en trogen vän och han hade åtminstone 3 viktiga matematiska vänner. Till att börja med så upprätthöll han i alla år en nära relation till sin handledare, men dessutom hade han under sitt år vid Mittag-Leffler blivit god vän med dels Harry Kesten vid Cornell och dels Larry Shepp. Han uppehöll kontakterna med dessa två så länge de levde och blev också vän med Larry Shepps barn och barnbarn. När det i juni i år hölls en konferens i Houston som var ämnad som en hyllning till Larry Shepp var Thomas där för att träffa några av Larrys barnbarn.

Thomas var också en riktig nordbo som gärna besökte våra grannländer i öst och väst. När Ski og Matematikk återuppstod i början av 2000-talet så kom både Thomas och jag att bli trogna deltagare. Thomas upprätthöll också kontakten med några av våra finska släktingar, och i början av november 2017 tog han med mig på en resa till Finland. Syftet med den resan var att besöka en av de släktingar som tagit hand om oss när vi i februari 1944 evakuerades till Fiskars. Det var en kvinna som när vi var där var 22 år och nu 73 år senare fanns på ett äldreboende i närheten av Fiskars. I början av maj i år reste vi över till begravningen. Jag såg detta som att vi då "tog avsked av andra världskriget".

Den sista konferens som Thomas besökte ägde rum i Vilnius i juli i år.

Minnen av Thomas

Kjell-Ove Widman

Thomas och Sten Kaijser lärde jag känna i Uppsala där vi alla tre var licentiander och doktorander med Lennart Carleson som handledare. Som sed var med Carleson leddes vi in på vitt skilda ämnesområden vilket ledde till att det vetenskapliga umgänget inte blev djupare än det varit med olika handledare, medan de personliga kontakterna var tätare. Fikarummet, med sin CCCCC – Coca-ColaochCokaCaffeClubben – var en naturlig samlingsplats, framför allt på eftermiddagarna, och vi var alla tre flitiga besökare. Tyvärr försenades nog åtskilliga avhandlingar genom de diskussioner som avhölls där: de var heta och långa, det politiska spektrat var representerat i nästan hela sin bredd. En annan aktivitet som bröderna och jag var rätt flitiga deltagare i var rinkbandy, som då kallades hockey-bockey, väsentligen en form av bandy på ishockeyplan. Vi lyckades under ganska många år på sextiotalet få träningstid en gång i veckan på den enda konstfrusna hockeybanan i Uppsala. Tävlingsverksamhet i sporten bedrevs på korpnivå och institutionen deltog i den lägsta serien några säsonger, och vann t.o.m. någon enstaka match. Thomas! skridskoåkning imponerade kanske inte, men han kompenserade det genom gott bollsinne. Efter att jag avvikit till Linköping i början av sjuttiotalet blev kontakterna med båda bröderna glesare, men Thomas sökte 1975 en forskarassistenttjänst i Linköping. Han var inte den mest meriterade av de sökande, men genom att inrätta ytterligare en tjänst, och tillsätta båda på samma ansökningsförfarande, lyckades vi ändå knyta honom till institutionen. Med något undantag ägnades forskningen i matematik i Linköping åt hård analys, så Thomas' ankomst innebar en välkommen breddning. Men breddningen gällde inte bara matematiken: intresserad av det mesta, och diskussionsvillig, blev han en färgklick i institutionens liv, återigen inte minst i kafferummet. Där träffade man f.ö. på honom även vid oortodoxa tider, spelande schack med Magnus Tideman (vilket jag nog inte betraktade med blida ögon: ett dåligt föredöme för doktoranderna). Trots goda avsikter lyckades vi inte få igång någon rinkbandyverksamhet, trots att en av entusiasterna från Uppsalatiden, Stig Gustavsson, också sällat sig till oss i Linköping. Under min utlandstid hade jag endast sporadisk kontakt med Thomas, men sedan sågs vi då och då: han var en rätt flitig besökare av föreläsningarna på Institut Mittag-Leffler. Men framför allt började vi talas vid på telefon. Det var oftast Thomas som ringde, och jag har förstått att han på detta sätt höll kontakt med flera vänner. Samtalen blev långa och intensiva, och kretsade i synnerhet kring tre ämnen: matematik, klimat och politik. Han var alltid angelägen om att få berätta om sina resultat och om sina vetenskapliga kontakter, men även allmänna matematiska spörsmål stod på programmet. T.ex. hade han på sistone börjat intressera sig för Beurlingska primtal. Även om han inte lade ner så mycken tid som sin bror på klimatvetenskapliga frågor var han en flitig läsare och diskussionspartner. Jag hade en delvis annan synvinkel som jag tror han uppskattade. Vi ondgjorde oss båda över att det inte syntes möjligt att få i övrigt förnuftiga människor att rationellt diskutera vetenskapliga frågor utan att börja misstänkliggöra och anklaga varandra för att ha baktankar och onda avsikter. Skälet var naturligtvis den politiska aspekten, men man ville ju hoppas att denna kunde lämnas åt sidan i en diskussion om sakfrågor. I allmänpolitiska frågor hade vi ibland olika åsikter, men det förgyllde bara samtalen. När Thomas besökte Stockholm brukade vi äta middag tillsammans; senast besökte han oss i Frescati i våras. En sida som Sten inte berört i sin runa är Thomas' idrottsintresse. Förutom intellektuella spel som schack och bridge ägnade han sig i ungdomen åt tennis, bordtennis, fotboll och golf. Som sin bror var han en hängiven Vasaloppsåkare, och för att få träningsmöjligheter ordnade han vissa vintrar på egen hand till ett träningsspår i närheten av hemmet i Linköping. Min skidåkning var av betydligt blygsammare slag, men en gång berättade jag att jag varit i Dalarna och en dag åkt tre mil. Thomas' reaktion var ett kärvt "Å f-n." Ett par dagar senare ringde han och sade att han nu också åkt tre mil. Men på hans bana hade det blivit enformigt eftersom han behövt köra så många varv. Ett sent uppkommet intresse för ridning fick tyvärr ett tvärt slut efter en otäck olycka. Thomas' sista idrottsprestation var att ensam cykla från sommarstugan i Malexander till Linköping – sju mil – på den tunga tandemcykel han anskaffat för att kunna göra utflykter med Robert. Dagen därpå cyklade han in till sta'n; den turen blev hans sista.

Thomas – uppskattad vän och kollega

Göran Högnäs

Jag vill minnas att jag träffade Thomas för första gången vid Internationella matematikerkongressen i Helsingfors 1978. Eftersom vi båda intresserade oss för Markovkedjor och dynamiska system kom vi att diskutera mycket med varandra, och det fortsatte vi med sporadiskt under alla dessa år. Thomas jobbade ju med stokastiska dynamiska system och han var på många sätt en pionjär på området. Han förstod sig också genast på den sedermera omåttligt populära kaosteorin: han hade i sitt eget arbete sett många av de spektakulära fenomenen. Hans matematiska gärning kretsade i stor utsträckning kring begreppet entydig ergodicitet, dvs. frågan om under vilka villkor som ett stokastiskt dynamiskt system eller en Markovprocess har ett entydigt invariant mått. Denna fråga har stor betydelse för hur systemet beter sig i det långa loppet. Ur praktisk synvinkel är det därför värdefullt att ange tillräckliga, någorlunda enkelt verifierbara villkor för entydig ergodicitet. Thomas introducerade tidigt (70-talet) kontraktionsvillkor och kopplingsvillkor som tillsammans garanterar entydig ergodicitet. Hans tidiga artikel (1975) är hans mest citerade. Där tillämpar teorin på slumpmässiga matrisprodukter och kan därigenom härleda ett viktigt resultat för partiellt observerade Markovkedjor.

Under åren efter pensioneringen fick han mera tid för forskning och han låg verkligen inte på latsidan. I en stor uppsats (67 sidor!) 2016 samlar han sin digra erfarenhet och gör på sätt och vis uppdatering av resultaten från 1975. Ett annat problemområde, som jag har förstått varit av intresse också för FOA, är analys av bilder, t.ex. att mäta avståndet mellan bilder eller att representera bilder så sparsamt/snabbt som möjligt. Thomas var ofta i Finland och vi träffades då och då i Åbo. Vi hade också ett visst student- och lärarutbyte med Linköping, genom Nordplus tror jag det var. Jag hade nöjet att vara utbyteslärare i Linköping, medan Thomas något år senare höll en kurs i fraktalkodning för oss i Åbo. Thomas hade det inte alltid lätt i livet. Han var en vänsäll natur och det var lätt att diskutera både matematik och världens gång med honom. Min hustru Eva och jag uppskattade mycket de givande samtalen med Thomas.

Det var med stor bestörtning mina kolleger vid Åbo Akademi och jag mottog sorgebudet att Thomas gått bort. Han var en välkänd profil hos oss och hade faktiskt skickat hälsningar till oss från en konferens i Houston så sent som i somras.

GPS versus karta

Ulf Persson

Den franska damen förklarade för sina elever i konversationskursen att förr i tiden (strax innan Bronsåldern?) utnyttjade man en *carte routière* men numera används dessa inte alls i och med uppfinningen av gps-systemet. Hon tycktes vara mycket nöjd med sakernas tillstånd, och jag misstänker att hon inte är ensam om det, utan de flesta ser gps:en som ett ovärderligt redskap som befriar en från att läsa en karta, en färdighet fler människor än man tror tycks sakna.

Jag vet inte hur läsarna förhåller sig till denna tingest, jag måste erkänna att mina erfarenheter är ganska negativa. Men kanske har jag fel attityd? Jag tycker inte om att bli tillsagd vad jag skall göra. De senaste gångerna min fru och jag använt dem nere i Frankrike (normalt kör hon och jag läser kartan) har det gått helt åt pipan. Första gången kom vi en halvtimme försent till en tillställning, andra gången irrade vi runt i mörkret i Montpellier en dryg timme. Den tålmodiga damen föreslog enkelriktade gator, ledde in oss i återvändsgränder, förde ut oss i villaområden utanför digitaliseringen, och hade i allmänhet en förkärlek för trånga gränder närhelst vi leddes in byarna. En mardröm.

Vad har detta med matematik att göra? Men kan det vara så att de flesta människor föredrar att ha en gps när det gäller matematik, d.v.s. att hela tiden få stegvisa anvisningar hur man skall navigera i det matematiska landskapet för att komma i mål. Medan vi matematiker vill se kartan framför oss, hur saker och ting förhåller sig till varandra, men med en gps försvinner landskapet och man kör i blindo, och förstår ingenting alls..

Jag vet få saker som är mer fantasieggande än att veckla ut en karta inför längre cykelturer och i verkligheten få utforska vad som är kodifierat i kartan, att lista ut hur man tar sig från A till B och samtidigt hålla dörren öppen för oplanerade utvikningar. Precis som i matematiken.

Lars-Göran Larsson

3/10 1957 - 6/5 2018

Erik Janse

Lundörsfjällen-Anarisfjällen Foto: Anders Larsson (bror)

Lars-Göran Larsson avled helt oväntat men fridfullt i sin lägenhet, med ett korsord vid sängen, i Västerås natten till söndagen den 6 maj i en ålder av 60 år. Hans närmaste är föräldrarna Mary och Jöns Larsson samt syskonen Lisbeth Wärnhjelm och Anders Larsson med familjer.

Lars-Göran föddes och tog studenten i Östersund, och påbörjade efter militärtjänsten de studier i teknisk fysik i Uppsala som ledde till civilingenjörsexamen 1983. Han blev därefter doktorand vid Gustaf Werners Institut, där han disputerade 1992 med avhandlingen ”Relativistic Pole Model For Few-Body Photonuclear reactions”. Parallellt med doktorandstudierna undervisade han i ett stort antal kurstillfällen i bl.a. relativistisk kvantfältteori och allmän relativitetsteori.

1993 anställdes Lars-Göran som adjunkt i matematik vid Mälardalens högskola (MdH), med stationering i Västerås, och han blev 1995 befordrad till universitetslektor. Därefter ägnade han hela sin yrkesverksamhet, fram t.o.m. sin sista vecka i livet, åt att undervisa de passerande studentgenerationerna, till största delen studenter vid högskolans civil- och högskoleingenjörsutbildningar, i matematik. Under många år var han också lokalombud för SMS vid MDH.

Lars-Göran hade ett brinnande engagemang för matematikämnet, och i synnerhet för sina studenter. Trafiken till och från hans kontorsrum av studenter som kommit till hans rum och fått hjälp med sina problem och funderingar, var periodvis tät på såväl dag- som kvällstid.

Lars-Göran var mycket angelägen om att bevaka att han och hans kollegor hade goda förutsättningar för att kunna bedriva undervisning i matematik på högskolenivå. Ett exempel är hans uthålliga och stridbara engagemang för att de tillgängliga lärosalarna som användes i matematikundervisningen skulle förses med ordentliga (tillräckligt antal och sammanlagd yta samt med god teknik) uppsättningar av whiteboardtavlor.

Lars-Göran förblev sin hembygd, Jämtlands län och i synnerhet trakterna kring sitt kära Börtnan, mycket trogen. Under terminsuppehållen for han så gott som alltid tillbaka dit. Han berättade ibland med värme i rösten om skogsavverkning och hjortronplockning som hunnits med sen han senast for upp.

Lokalpatriotismen förde under Uppsalatiden in Lars-Göran i föreningen Jamtamot, och senare till inval i Samfundet Storsjöodjurets vänner. I denna miljö erövrade han ett antal titlar såsom Överhövding och Storjamt, och här bidrog han tillsammans med andra till den kulturgärning som det innebar att ge sitt andra modersmål, jamskan, ett fungerande skriftspråk.

Lars-Görans humor var smittsam och lite säregen. Vid hans kontorsdörr satt ett antal anslag kvar länge. Ett av dem återgav en kungörelse från Länsstyrelsen i Jämtlands län om ”fridlysning av Storsjöodjuret inom Storsjön (i centrala Jämtland)”, som meddelade ett förbud mot att ”döda, skada och fånga levande djur av arten Storsjöodjuret” och mot ”att borttaga eller skada Storsjöodjurets ägg, rom eller bo.” Tillkomsten av denna kungörelse roade Lars-Göran storligen. (Länsstyrelsens beslut kom att gälla i 18 år, därefter undanröjdes det till följd av ett ingripande från Justitieombudsmannen.)

Lars-Görans bortgång orsakade stor sorg och förstämning bland kollegor och studenter. Hans stora hjälpsamhet i det gemensamma arbetet var välkänd bland oss kollegor; nu framkom också hur han ibland stöttat kollegor och studenter på ett mer personligt plan. Efter tio dagar hölls en mycket känslosam minnesstund i närvaro av familjen och många kollegor och studenter.

Vi minns Lars-Göran med stor tacksamhet.

Erik Janse

Adjunkt i matematik vid Mälardalens högskola

Kollega till Lars-Göran i 25 år

Reminiscences from Wisła Summer School 2018

Jerzy Szmidt

Our school in Wisła 2018 was devoted to nonlinear PDEs, their geometry and applications.

At the beginning the participants had to introduce themselves as well as to respond to a few questions both on scientific and non-scientific matters, such as their favorite mathematical theorems, biggest achievements/failures in their careers or whether they wanted to contribute to the proceedings of the school. In this way participant got to know each other better and thus it also faciliatated informal bondings between teachers and students.

The school was divided into three parts:

- Lectures considering the main topics of the school,
- Lectures of participating students,
- Free time for participants

Lectures started after breakfast and usually lasted until lunch. Then there was an afternoon lecture session and finally there were lectures given by the participants. Nothing was scheduled in the evenings, as well as nothing scheduöed during one day halfway through the school.

In the first part, normal lectures aimed at the level of the students were given. They were split in such a way that the introductory courses were given before more advanced ones and thanks to that students had an opportunity to incrementally increase their knowledge. Every lecture was devoted to the current state of research and also every lecturer presented some open research questions that every participant could develop to his/her independent research project.

The second part consisted of lectures by volunteering students. They were usually closely related to the school subject, however sometimes they touched on different subjects and therefore allowed other participant to learn also about such areas of research. Students and lectures were allowed to ask questions at any time which also helped the speakers to receive some feed-back as to the clarity of their presentations necessary to improve their skills.

During the final part free time was arranged in order to give participants opportunities for rest, self-study, to talk to lecturers and other students, as well as to play various games – billiard, tennis, quizzes – or hiking in the surrounding Wisła district, where there are beautiful mountains, but also to go downtown for sightseeing. Thanks to that break students and participants had time to rest from routine lectures, to engage in some social activities or even to start their research projects.

In the evenings there were usually long-night chats with lecturers with lots of stories related to their scientific careers. This helped young participants to imagine informal, and usually amusing, parts of the scientists profession. Sometimes, thanks to skills of some of the participating professors playing their guitars, there were evenings with songs that everyone enjoyed. Such informal celebrations also helped to integrate the community of students and teacher even more.

Participants usually also organized some activities on their own, e.g. there was a group which every day before breakfast met for jogging.

The multitude of activities rangíng from scientific to sport ones, as well as the picturesque countryside of the Wisła mountains and a good selection of lecturers turned this Wisła Summer School 2018 into a great success and many of the participants declared that they would like to return the next year for another edition of the same.

Details on the Wisła Summer School 2018 are available at:Wisla

Lokala nyheter

Göteborg

Nya doktorander: **Ronny Hedell**
Felix Held
Anton Johansson
Olof Zetterqvist
Jimmy Aronsson
Per Ljung
Gustav Lindwall
Sunney Fotedar
Gabrijela Obradovic
Mingchen Xia
Stepan Maximov
Tobias Magnusson
Juan Inda

Nyanställda:
Postdocs
Philip Townsend,
Marbe Begnoug,
Jonathan Nilsson,
Ya Deng,
Andrew McKee, Övriga
Annikka Polster, forskare
Fredrik Ohlsson, gästlärare
Hossein Raufi, universitetslektor
Christian Johansson, biträdande lektor

Befordran
Professorer
Erik Kristiansson,
Mohammad Asadzadeh,

Docenter
Dennis Eriksson,
Klas Modin,
Richard Lärkäng,

Disputationer
Matematik

Kristin Kirchner: *Numerical Approximation of Solutions to Stochastic Partial Differential Equations and Their Moments*

Jakob Hultgren: *Real and complex Monge-Ampère equations, statistical mechanics and canonical metrics*

Matematisk statistik

Claes Andersson: *Spatial analysis and modelling of nerve fiber patterns*

Karlstad

Licentiatavhandlingar:

Nyanställningar:

Universitetslektor **Kundan Kumar** 1 September (2018)

Omar Richardson:

Mathematical Analysis and Approximation of a Multiscale Elliptic-Parabolic System 5 September

Events:

MiMM-Day (Mathematics with Industry Day), 12 December, Karlstads universitet

(länk till 2017 års upplaga: MiMM

Linköping

Nya doktorander:

Edward Ngailo

Licentiatavhandlingar:

Andongwisye John Mwakisisile *optimeringslära*

Asset Liability Management for Tanzania Pension Funds

Ahmed Al-Shujary *matematik*

Kähler-Poisson algebras

Doktorsavhandlingar:

Mikael Hansson *matematik*

Combinatorics and Topology Related to Involutions in Coxeter Groups

Befordringar:

Martin Singull biträdande professor i matematisk statistik

Elina Rönnberg docent i optimeringslära

Utmärkelser:

Jan Nordström

Honorary Professor in Computational Mathematics vid Department of Mechanical Engineering, University of Cape Town för tiden 2018-2023.

Pensioneringar:

Armen Asratian

Dödsfall:

Thomas Kaijser 28 augusti.

Lund

Anders Heyden är ny prefekt.

Nya doktorander:

Henrik Ekström, Vasilii Goriachkin, Mårten Nilsson, Alexia Papalazarou

Disputationer:

Azahar Monge, 10 september.

Fatemeh Mohammadi, 28 september.

Vladimir Pastukhov, 5 oktober.

Konferenser:

Nordic Number Theory Network, N-CUBE Days IX, 30 nov – 1 dec 2018.

N-Cube

Mälardalens högskola

Nya doktorander:

Hossein Nohrouzian och **Mohammed Albuhayri**.

Doktorsavhandlingar:

Alex Behakanira Tumwesigye

Dynamical Systems and Commutants in Non-Commutative Algebras.

Nyanställningar:

Olha Bodnar lektor.

Umeå

Nyanställningar:

Nicholas Day, postdoc i diskret matematik

Jonatan Vallin, doktorand i beräkningsteknik

KALENDARIUM

(Till denna sida uppmanas alla, speciellt lokalombuden, att inlämna information)

N-CUB Days IX
Lunds Universitet
30/11 -1/12 2018

Mathematical Modeling with Measures
Lorentz Center"Snellius, Leiden NL
3/12-7/12 2018

Författare i detta nummer

Göran Högnäs Professor i tillämpad matematik vid Åbo Akademi.

Erik Janse Avdelningschef för Avdelningen för tillämpad matematik inom UKK vid Mälardalens Högskola

Sten Kaijser Professor em. vid Uppsala universitet, Ordförande för SMS 2001-2003.Aktiv inom klimatdiskussionen

Anders Persson Pensionerad meteorolog i Stockholm.

Martin Raum Universitetslektor och talteoretiker vid Chalmers. Bördig från Tyskland.

Jerzy Szmidt Företsåndare för och grundare av Baltic Institute of Mathematics i Warszawa.

Kjell-Ove Widman Professor i tillämpad matematik i Linköping på 70-talet, kod-firma i Schweiz och föreståndare för Institut Mittag-Leffler 1995-2005. Svensk översättare av Arild Stubhaugs Mittag-Leffler biografi.

Innehållsförteckning

Notiser