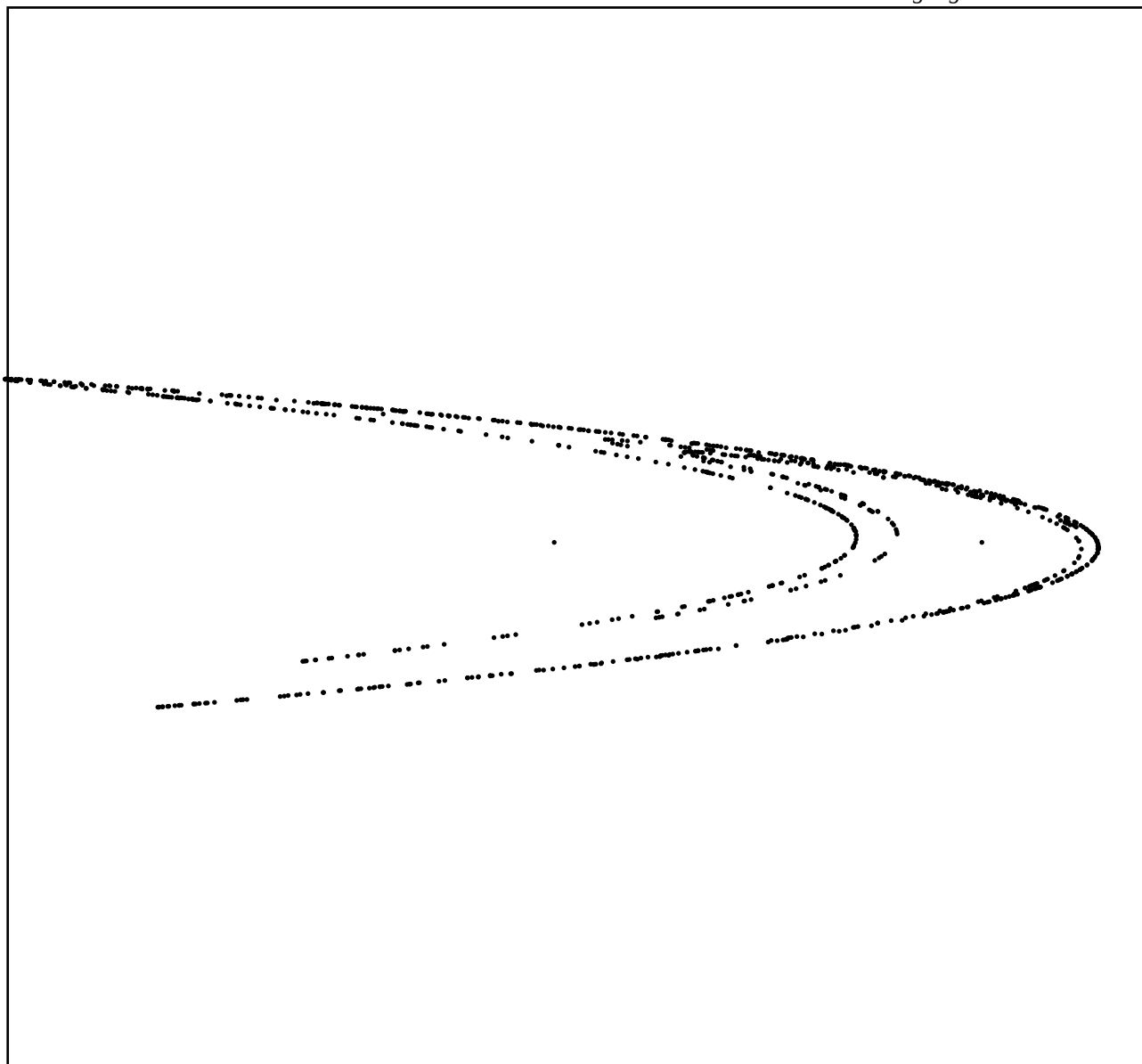


*Svenska Matematikersamfundet*

# MEDLEMSUTSKICKET

15 maj 2009

Redaktör: Ulf Persson  
Ansvarig utgivare: Nils Dencker



**Intervjuer: Lithner och du Sautoy:** *Ulf Persson*

**From Sweden with Love:** *An Yajun*

**Boij och Nyström - Wallenbergare:** *Fröberg och Wallin*

Valéry, poet och matematiker: *Philip Davis* Per och Lisa: *Lars Gårding*

Dansk Matematik: *Sverker Lundin* Gromov -Abelpristagare: *Tobias Ekholm*

Riemann Twice: *Seym Pound* Björklund och Matematiken: *Claes Johnson*

**Julius Borcea och Lennart Sandgren döda:** *Petter Brändén och Jaak Peetre*

Lundin och Skolmatematiken: *Lars Mouwiz*

**Michael Benedicks 60 år Per Martin-Löf 67 år**

## UTSKICKET

utkommer tre gånger per år I Januari, Maj och Oktober. Manusstopp är den första i respektive månad

Ansvarig utgivare: *Nils Dencker*  
Redaktör: *Ulf Persson*  
Adress: *Medlemsutskicket c/o Ulf Persson*  
*Matematiska institutionen*  
*Chalmers Tekniska Högskola*

Manus kan insändas i allehanda format .ps, .pdf, .doc Dock i tillägg önskas en ren text-fil. Alla texter omformas till latex

## SVENSKA MATEMATIKERSAMFUNDET

är en sammanslutning av matematikens utövare och vänner. Samfundet har till ändamål att främja utvecklingen inom matematikens olika verksamhetsfält och att befordra samarbetet mellan matematiker och föreläsare för ämnets tillämpningsområden.

**För att bli medlem betala in avgiften på samfundets plusgirokonto 43 43 50-5.**

Ange namn och adress på inbetalningsavin (samt om Du arbetar vid någon av landets institutioner för matematik).

### Medlemsavgifter ( per år)

Individuellt medlemsskap, 200 kr

Reciprocitetsmedlem 100 kr.

(medlem i matematiskt samfund i annat land med vilket SMS har reciprocitetsavtal):

Doktorander gratis under två år

Gymnasieskolor: 300 kr.

Matematiska institutioner: Större 5 000 kr, mindre 2 500 kr

(institutionerna får själva avgöra om de är större eller mindre).

Ständigt medlemsskap: 2 500 kr (engångsinbetalning)

Man kan även bli individuellt medlem av EMS genom att betala in 220 kr till Samfundet och skriva EMS på talongen.

**HEMSIDA:** <http://www.matematikersamfundet.org.se/>

Här återfinnes bl.a. protokoll från möten

### STYRELSE:

ordförande *Nils Dencker*  
046 - 222 44 62  
[dencker@maths.lth.se](mailto:dencker@maths.lth.se)

vice ordförande *Tobias Ekholm*  
018 - 471 63 99  
[tobias@math.uu.se](mailto:tobias@math.uu.se)

sekreterare *Pavel Kurasov*  
046 - 222 44 40  
[kurasov@maths.lth.se](mailto:kurasov@maths.lth.se)

skattmästare *Milagros Izquierdo Barrios*  
013 - 28 26 60  
[miizq@mai.liu.se](mailto:miizq@mai.liu.se)

5:te ledamot *Jana Madjorava*  
031 - 772 35 31  
[jana@math.chalmers.se](mailto:jana@math.chalmers.se)

### ANNONSER

(Dessa publiceras inom en ram som denna)

helsida 3000 kr  
halvsida 1500 kr  
mindre 750 kr

Annonser i tre konsekutiva nummer ger endast dubbla priser d.v.s. 1/3 rabatt

Annonser inlämnas som förlaga  
samt i förekommande fall som text-fil, Dessa  
formateras om i PostScript

## Detta Nummer

Detta nummer utkommer fortfarande under den provisoriska titeln Medlemsutskicket, en titel som hängt med i sex år och nästan tjugo nummer. Dock kommer detta troligen att bli det sista under den 'parollen', ty från och med i höst planerar jag att använda det föreslagna 'Matematiskt Forum' (såvida jag inte utsätts för en protesterande läsarstorm). Redan i förra numret gav jag ett smakprov på hur en sådant omslag skulle kunna te sig ut, medan den slutgiltiga utformningen kommer att bero på vilken logga Samfundet bestämmer sig för. I och med detta påminner jag även om den förestående nätomröstningen om just Samfundets blivande logga som skall äga rum under månadens lopp, och vars resultat skall tas upp på det kommande årsmötet i Uppsala i början av juni.

Annars kan jag i detta nummer presentera årets två Wallenbergspristagare - Mats Boij och Kaj Nyström<sup>1</sup>. Vi gratulerar de bägge och jag vill speciellt även ge en eloge till Ralf Fröberg och Hans Wallin som på kort varsel antog uppdraget att presentera dem.

Vidare har Årets Abelpristagare utsetts och vår vice ordförande Tobias Ekholm har likaledes på kort varsel accepterat att presentera Gromov för läsekretsen. Två kusiner hyllas under månaden med konferenser. Det gäller dels logikern Per Martin-Löf för vilken en 'avskedskonferens' anordnas i Uppsala i början av månaden efter att ha uppnått primtalet 67, dels dynamikern Michael Benedicks som uppnår vetenskapsmannens milstolpe - det betydligt rundare 60 år, och vars konferens äger rum på KTH i slutet av månaden. Även om jag faktiskt träffade den förre några månader innan jag mötte den senare, vore det något missvisande att hävda att jag känt honom längre. Med Michael har jag haft kontinuerlig kontakt i drygt fyrtio år och kan därmed inte avhålla mig från att skriva en liten hyllnings- och vänskapsartikel, och hoppas att han inte delar den inställning som drängen som menade att blommor det får man bara på sin begravning<sup>2</sup>.

Allt detta får anses som glada och förväntade nyheter. Dessvärre finns det även antipodala sådana att meddela. Den unge matematikern Julius Borcea har under tragiska omständigheter gått ur tiden. För fem år sedan uppmärksammades han i Utskicket i och med att han utsetts till Wallenbergspristagare, och i höstas presenterade han i sin tur medarbetaren - Petter Brändén som nybliven Wallenbergare i samma forum. Nu har bordet vänts och det är Petters sorgliga uppdrag att nu istället skriva om honom. Att Lennart Sandgren gått ur tiden är däremot inte lika oväntat, även om varje dödsfall givetvis är sorgligt på sitt sätt oavsett när det inträffar. Dagens generation må inte känna till honom, men för de matematiker som fick sin grundläggande utbildning i Sverige på 50- och 60-talet utgjorde Hyltén-Cavallius och

---

<sup>1</sup>i alfabetisk ordning (med avseende på efternamn (vilket är det brukliga))

<sup>2</sup>jmfr Astrid Lindgren: Bullerbybarnsböckerna.

Sandgren<sup>3</sup> ett begrepp. Lars Gårding har i sina tillbakablickar refererat till Sandgren som drivande i förskolandet av universitetet, åtminstone när det gällde matematiken, införande reformer som ökade genomströmningen<sup>4</sup> och breddade vägen för studentexplosionen i slutet av 60-talet. Sandgren drog sig ur matematiken och in i politiken, vilket resulterade i en andra karriär som kulminerade i statssekreterarskapet vid Utbildningsdepartementet och en reträttpost som landshövding i Stockholm. Typiskt nog stod ingenting om hans matematiska gärning i den runa som publicerades i SvD, men däremot om hans intresse för avelshästar. Så kan det gå.

Marcus du Sautoy har gästtat Göteborg under Samfundets Utbildningsdagar vilka har anordnats gemensamt med NCM. du Sautoy är Richard Dawkins efterträdare som professor of Public Understanding of Science och har tagit sin roll som popularisator av matematiken på största allvar. Han har skrivit ett antal böcker (varav en 'The Music of the Primes' recenserats kritiskt av vår trulige Seym Pound i detta nummer) och även gjort en BBC dokumentär om matematikens historia som nyligen visats i fyra en-timmes avsnitt på Kunskapskanalen. I och med hans besök fick jag personligen träffa honom vilket har resulterat i en längre intervju som står att läsa i Utskicket. Jag har även gjort en något mera konventionell intervju med Johan Lithner. Jag misstänker att jag är känd, eller snarare i vissa kretsar rentav ökad, såsom didaktikätare. Min bedömning av matematik-didaktik som vetenskap lät jag publicera i Dagens Forskning för många år sedan, och jag finner ingen anledning att ompröva de argument som jag där framförde. Dock är jag enig med Johan i många stycken, vi båda håller med om att lärandet av matematik är någonting mycket komplext och svårgreppbart, skillnaden är att vi drar olika slutsatser av detta. Vidare skulle vi säkert i konkreta situationer vara samstämmiga i vår identifiering av den goda pedagogiken (vi är ju båda matematiker i botten) medan vi skulle kanske skilja oss i skälen vi skulle vilja anföra. Min ambition med denna intervju var att försöka få en precisering från didaktikernas sida. Huruvida jag lyckats i denna min ambition överlåter jag åt läsarna att avgöra. I detta sammanhang kan det vara läge att påminna om den bomb som Sverker Lundin släppte i förra Utskicket, i och med att han hävdar att matematiken är övervärderad i skolan. Två reaktioner på denna ingår i detta nummer, ett uppskattande från Claes Johnson och ett något mera avståndstagande från Lars Mouwitz. Sverker Lundin återkommer i nästa nummer med reaktioner på dessa; i detta nummer får han nöja sig med att recensera en bok om dansk matematik.

Vidare har jag genom Christer Kiselms försorg lyckats förmedla en ung kinesisk utbytesstudents erfarenheter av sitt år i Lund, något som jag är mycket tacksam över. Det är just sådant material för vilket det kom-

---

<sup>3</sup>Jaak Peetre skriver i sin runa att han aldrig har hört boken refereras till som Sandgrens, dock jag kan komma med ett motexempel, min pappa gjorde alltid så.

<sup>4</sup>Typiskt brukade tidigare endast en handfull av de studenter som gick upp på tentamina på de elementära kurserna klara sig.

mande Matematiskt Forum är ett sådant gott forum för. Förra numret bidrog Reuben Hersh med en liten blänkare om filosofen Badiou, i detta nummer bidrager hans parhäst<sup>5</sup> - Philip Davis, med en betraktelse över poeten Valéry och matematiken. Av Lars Gårding låter jag publicera ett brottstycke ur en bok han roat sig med att skriva under senare år. Jag hoppas att boken i sin helhet så småningom kan komma att publiceras. Matematisk Forum kan också tjäna som ett forum för 'Work in progress' och jag hoppas att andra läsare skall hörsamma denna inbjudan. Sokal, känd som 'debunker of post-modernistisk drivel' kommer att besöka Sverige i slutet av månaden på en föreläsningsturné anordnad av KVA. Det kan i sammanhanget då vara befogat att damma av en recension av hans senaste bok - Beyond the Hoax, tidigare publicerad i Axess av Olle Häggström, initiativtagare till denna inbjudan. (En något fylligare recension av samma bok skriven av undertecknad kan även hittas på nätet). I tillägg till de redan nämnda recensionerna tillkommer även en av Lars Wern om Sanningen, en antidot till ovan nämnda post-modernistiska relativism.

Ulf Persson (redaktör)

Partille 1 maj 2009

◇ ◇ ◇ ◇

På grund av förseningar i manusleverans blir detta nummer två veckor försenat. Den slutgiltiga versionen får sättas samman på ett litet hotell vid Paddington Station. Eventuella missar i utförandet får skyllas de primitiva förhållandena.

London

den 15 maj 2009

---

<sup>5</sup>Davis&Hersh är närmast ett begrepp det också med titlar som 'The Experience of Mathematics' och 'Descartes' Dream' .

## Vaktavlösning

*Nils Dencker*

Mandatperioden för styrelsen håller som bäst på att löpa ut, och det är snart dags för mig att göra "patron ur". Det har varit en mycket spännande och intressant erfarenhet att vara ordförande för Samfundet, och jag har träffat många trevliga personer på mötena och tävlingarna. Speciellt roligt har det varit att folk i allmänhet har ställt upp för Samfundet, som föredragshållare, prispresentatörer eller ledamöter i Wallenbergkommittén. Styrelsearbetet har fungerat smidigt och bra, vilket har varit ett stort stöd. Samfundets finanser har hållit stängen mot finanskrisens turbulens, tack vare en konservativa placeringsstrategi av skattmästaren Milagros Izquierdo Barrios. Samfundets redaktör Ulf Persson har lagt ner ett mycket stort arbete med Utskicket, och sekreteraren Pavel Kurasov har gjort ett mycket bra arbete med att underhålla och förbättra vår hemsida. Jana Madjarova har organiserat Utbildningsdagarna och vårt deltagande i Matematikbiennalen, Tobias Ekholm har hanterat stipendieutdelningen. Jag vill tacka styrelsen och redaktören för detta, tacka våra lokalombud för det obetalda arbete de lägger ner för Samfundet, och alla andra som har ställt upp under åren.

Det har varit en intressant och händelserik period, speciellt med Jaak Peetres generösa donation till en stipendiefond till minnet av hans moder Linda Peetre. De internationella kontakterna har utvecklats, först med ett reciprocitetsavtal med det Tunisiska Matematikersamfundet. Sedan har Samfundets representation i ICIAM säkrats genom bildandet av en NORTIM-kommitté, där Lars-Erik Persson representerar Sverige. Europeiska matematikersamfundet EMS ordförande Ari Laptev har initierat årliga möten med ordförandena för de ingående medlemssamfunden. På dessa diskuteras gemensamma problem och informeras om vad som händer på den europeiska forskningsfinansieringsfronten (mer om detta nedan). De nordiska matematikersamfundens ordföranden träffas numera årligen i Oslo i samband med Abelprisutdelningen för att diskutera gemensamma angelägenheter som t. ex. *Mathematica Scandinavica*.

På den nationella arenan har mycket hänt, med många utredningar och förslag inom forsknings- och utbildningssektorn. Speciellt intressant är förslaget om den nya gymnasieskolan som nyligen presenterades, och naturligtvis lärarutbildningsutredningen. Vi får se vad som i slutändan kommer ut av detta, men det ger i alla fall hopp om kvalitetsförbättringar. Det kommer dock att ta en lång tid och mycket arbete att vända utvecklingen.

Så här i slutet av mandatperioden, är det naturligt att reflektera över Samfundets nuvarande och framtida ställning. Det är klart att Samfundets roll har ändrats, till exempel så är våra möten numera enbart en lokal angelägenhet. Samfundet kan inte heller agera så effektivt på de allt mer frekventa tvisterna ute på institutionerna, som oftast är av arbetsrättslig natur. Dock

har jag märkt att Samfundet har en mycket speciell ställning bland svenska matematiker. Speciellt viktigt tror jag att Samfundet är för juniora matematiker, dvs. doktorander och unga doktorer. Våra uppskattade höstmöten för juniorer visar hur värdefullt det är för unga matematiker att få träffas för att diskutera sin forskning och arbetssituation. Samfundets gymnasietävling stimulerar och belönar unga begåvningar, och våra stipendierna uppmuntrar unga forskare i ett tuff period av sin utbildning. Samfundets Wallenbergpris är det mest kända svenska priset till unga framstående matematiker. Att som i Stockholm ge ett ständigt medlemskap i Samfundet till en nybliven doktor, bidrar till att upprätthålla en välbehövlig länk till matematikersamfälligheten även i det fall karriären fortsätter inom näringslivet.

Samfundet kan också, i samarbete med KVA's Nationalkommitté och andra aktörer, spela en aktiv roll inom forskningspolitiken. I forskningspropositionen framgår att svensk matematikforskning står sig mycket bra i internationell jämförelse, den ligger ca 50 % över genomsnittet vad gäller citeringsfrekvensen. Dock sjunker beviljandegraden för projektansökningar inom matematik och teknisk matematik (NT-R) från år till år, och satsningarna på de strategiska områdena kommer inte att hjälpa upp situationen. Tvärtom, så kommer utfallet av dessa områden att styra framtida förstärkningarna av fakultetsanslagen. Förra årets avslag på Mittag-Lefflerinstitutets ansökan om ca 7 miljoner i forskningsinfrastrukturmedel (av VR's ca 700 miljoner) visar att förståelsen för matematikens arbetsätt är minimal hos forskningsfinansiärerna. Det är nu viktigt att göra en gemensam ansträngning för att påverka politiker och bilda opinion för att svensk matematikforskning ska få de resurser som den behöver och förtjänar.

EMS med Ari Laptev i spetsen jobbar kontinuerligt med att påminna EU's forskningsadministratörer att matematik är ett aktivt forskningsämne. Dessa ansträngningar har redan gett resultat: ESF har godkänt en "Forward Look" med ämnet "Mathematics and Industry" och man ska i juli annonsera ett "call" på 10 miljoner Euro för infrastruktursatsningar inom matematik och dess tillämpningar. Med infrastruktur menas här konferenser och forskningsinstitut, och om EMS lyckas erhålla dessa medel så skulle det bli en rejäl resursförstärkning för den europeiska matematikforskningen.

För att få mer offentliga forskningsmedel är det viktigt med en utåtriktad verksamhet som t. ex. populärmatematiska artiklar och föredrag — se på fysikerna, som är ett föredöme i det avseendet. På utbildningsdagarna, som Samfundet ordnade i Göteborg den 28–29 april i samarbete med SKM och NCM, var Marcus du Sautoy huvudtalare. Han är professor både i matematik och "Public Understanding of Science" vid Oxfords Universitet, och har skrivit flera populärmatematiska böcker, nu senast "The Music of the Primes" (som recenserar i detta Utskick). du Sautoy påpekade att det finns ett stort intresse och nyfikenhet för vad matematiker gör, men i allmänhet tror man att det inte finns så mycket kvar att forska på inom matematiken. (Se även Ulf Perssons intervju med du Sautoy i detta Utskick.) Genom att

populärisera, skapar man en opinion för att det är viktigt och intressant med forskning inom matematiken. Här kan Samfundet spela en aktiv roll, t. ex. genom att ge ut en årsbok med populärmatematiska artiklar. Men detta förslag lämnar jag med varm hand över till den tillträdande styrelsen.



### Message from the Organisers of ICM 2010

As you may be aware, The International Congress of Mathematicians (ICM) of 2010 will take place during **August 19 - 27** at the Hyderabad International Convention Centre, **Hyderabad, India**. We urge you to participate in the Congress and help us make it a great success.

The preparations for the Congress are now underway. Some information about the city of Hyderabad, pre-registration, registration, some practical information about visiting India etc. can be found at our web-site

**[www.icm2010.org.in](http://www.icm2010.org.in)**

A list of satellite conferences that are being planned is also available at the web-site.

Detailed instructions for registration, financial aid programs, as well as information on Hotel accommodation, list of invited speakers, lecture program, cultural program etc. will be put on the web-site as and when they get finalised.

On-line pre-registration will start on May 15, 2009 at the icm2010 web-site. It does not involve any payment. The pre-registered participants will be apprised of new developments by e-mail and will receive reminders of upcoming deadlines. Please do pre-register if you intend to participate: it will be of great help to us in our planning the event.

We look forward to your participation at the ICM 2010 in Hyderabad.

*Rajat Tandon*

*Secretary*

*Executive Organizing Committee ICM 2010*



## Mats Boijs forskning



*Ralf Fröberg*

Matematikersamfundet har beslutat att i år dela Wallenbergpriset mellan Mats Boij, KTH och Kaj Nyström, Umeå universitet. Motiveringen för Boijs pris lyder:

Mats Boij får priset för sin forskning om Hilbertfunktioner inom kommutativ algebra och speciellt för sina nyskapande idéer i studiet av Betti-tabeller för graderade moduler. Hans arbeten med Jonas Söderberg har haft stort inflytande på andra forskare och gett upphov till en ny teori som bland annat ger ett bevis för en känd multiplicitetsförmodan.

Om  $I = (f_1, \dots, f_k)$  är ett ideal av homogena polynom i polynomringen  $S = k[x_1, \dots, x_n]$  är  $R = S/I$  en graderad  $k$ -algebra. (Här är  $k$  en kropp, som i de flesta fall är godtycklig, men  $\mathbb{C}$  duger alltid.) Det innebär att  $R = \bigoplus_{i \geq 0} R_i$ , där  $R_i$  är vektorrummet av bilder av homogena polynom av grad  $i$ , och  $R_i R_j \subseteq R_{i+j}$ . Den genererande funktionen för dimensionen av  $k$ -vektorrummen  $R_i$ ,  $H_R(t) = \sum_{i \geq 0} \dim_k(R_i) t^i$ , kallas Hilbertserien för  $R$ . Hilbertserien för  $R$  är av formen  $p(t)/(1-t)^d$ , där  $p(t)$  är ett polynom med heltalskoefficienter, och  $d$  är Krulldimensionen för  $R$ . Om  $d = 0$  är ringen Artinsk, ett ändligtdimensionellt vektorrum, och Hilbertserien ett polynom. Om ringen  $R$  har en icke-nolldelare  $x$  av grad 1, är  $H_{R/x}(t) = (1-t)H_R(t)$ . Om det finns en följd av linjära element  $x_1, \dots, x_d$ , sådana att  $x_i$  är en icke-nolldelare på  $R/(x_1, \dots, x_{i-1})$  för alla  $i$  kallas ringen Cohen-Macaulay (CM). Allt detta kan enkelt generaliseras till ändligt genererade graderade moduler med generatorerna placerade i grad 0.

Relationerna till generatorerna för  $I$  bildar en graderad modul (första syzygiemodulen), liksom relationerna till relationerna o.s.v. Hilbert visade 1891 (Hilberts syzygiesats) att denna process tar slut efter högst  $n$  steg. Det kan uttryckas på följande sätt. Det finns en ändlig exakt svit, en upplösning av  $R$ :

$$0 \longrightarrow S^{b_n} \longrightarrow \dots \longrightarrow S^{b_1} \longrightarrow S \longrightarrow R \longrightarrow 0.$$

Om upplösningen väljs minimal (alla element i de matriser som beskriver avbildningarna är av positiv grad), är talen  $b_i$ , som kallas Bettital, unikt

bestämda. Om man låter alla avbildningar ha grad 0, kan de graderade Bettitalen definieras, upplösningen för formen

$$0 \longrightarrow \oplus_{j=1}^{b_n} S[-\beta_{n,j}] \longrightarrow \cdots \longrightarrow \oplus_{j=1}^{b_1} S[-\beta_{1,j}] \longrightarrow S \longrightarrow R \longrightarrow 0,$$

där  $S[-a]$  betyder att man skiftat graderingen  $a$  steg i  $S$ . De graderade Bettitalen ändras inte om man delar ut med en linjär ickenolldelare, så för CM-ringar kan man anta att de är Artinska. Bettitalen utgör en finare invariant än Hilbertserien. Hilbertserien kan bestämmas från de graderade Bettitalen, men omvändningen gäller inte. För en speciell klass av CM-ringar, s.k. Gorensteinringar, gäller att upplösningen är självdual, så Bettitalen är symmetriska kring mitten,  $b_n = b_0, b_{n-1} = b_1$  o.s.v. Detta ger att Hilbertserien i Artinfallet är symmetrisk,  $H_R(t) = 1 + nt + \cdots + nt^{N-1} + t^N$ .

Man förmodade att Hilbertserien för Artinska Gorensteinringar var unimodal, d.v.s. att dimensionen växte upp till mitten. Stanley och Iarrobino visade att det inte var fallet. I sitt första arbete, gemensamt med handledaren Dan Laksov, gav Mats Boij en konstruktion som visade att det fanns en stor klass av motexempel, där de tidigare blev extremfall av deras konstruktion. I sitt nästa arbete visade Boij att man t.o.m. kunde konstruera Gorensteinringar med en Hilbertserie med godtyckligt många maxima. I ett senare arbete gav Boij motexempel mot en förmodan av Stanley, att Bettitalen var unimodala.

Koordinatringen för ett antal punkter i  $\mathbb{P}^n$  är en graderad ring av Krulldimension ett. Om punkterna väljs generiskt, är det naturligt att anta att avbildningarna i upplösningen antingen är injektiva eller surjektiva. Detta formulerades först av Anna Lorenzini i den s.k. "minimal resolution conjecture". Om detta vore sant, skulle Hilbertserien för koordinatringen (som är enkel att bestämma) ge de graderade Bettitalen. Med hjälp av dator fann Schreyer ett troligt motexempel, och Eisenbud och Popescu visade senare att detta, liksom en rad andra, var ett riktigt motexempel. Boij fann nya motexempel mot "minimal resolution conjecture", vilket ledde till att Eisenbud, Popescu, Schreyer och Walter kunde förenkla och förbättra argumenten.

En upplösning kallas "ren", om för varje  $i$  det finns högst ett  $j$  sådant att  $\beta_{i,j} \neq 0$ . Om  $R = k[x_1, x_2, x_3]/(x_1^2, x_2^2, x_3^2)$  är upplösningen ren, eftersom  $\beta_1 = \beta_{1,2} = 3, \beta_2 = \beta_{2,4} = 3, \beta_3 = \beta_{3,6} = 1$ . Ett annat exempel är  $R = k[x_1, x_2, x_3]/(x_1^2, x_1x_2, x_1, x_3)$ , där  $\beta_1 = \beta_{1,2} = 3, \beta_2 = \beta_{2,3} = 3, \beta_3 = \beta_{3,4} = 1$ . För en ring med ren upplösning kan man bestämma multipliciteten. Om  $\beta_i = \beta_{i,d_i}$  är multipliciteten  $\prod_{i=1}^n d_i/n!$ . Herzog, Huneke och Srinivasan gav en förmodan om övre och undre begränsningar av multipliciteten av en CM-ring i termer av  $\max\{j; \beta_{i,j} \neq 0\}$  och  $\min\{j; \beta_{i,j} \neq 0\}$ . Denna förmodan visades vara sann i många fall, men alltid med speciella metoder anpassade efter den klass av algebror man studerade. I sitt arbete "Graded Betti numbers of Cohen-Macaulay modules and the multiplicity conjecture", formulerade Boij och Söderberg en genial förmodan, nämligen att matrisen

$(\beta_{i,j})$  för en godtycklig CM-modul är en icke-negativ linjärkombination av s.k. rena matriser, och att en ren matris är en rationell multipel av matrisen för en CM-modul med ren upplösning. Ett exempel ur deras artikel:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{3}{10} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2/3 \end{pmatrix} + \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Vänstra ledet är matrisen för  $k[x, y]/(x^2xy, y^4)$ , och matriserna i högerledet svarar mot modulerna  $k[x, y]/(x, y)^2$ ,  $(x^4, x^2y^2, y^4)/(x^6, x^3y^3, y^6)$ ,  $k[x, y]/(x, y)^4$ . (Matriserna är kompaktifierade. Eftersom man vet att  $\beta_{i,j} = 0$  om  $j < i$ , finns  $\beta_{i,j}$  på plats  $(i, j-i)$ .) De visade sin förmodan i kodimension högst 2, för Gorensteinringar av kodimension 3, och för allmänna fullständiga skärningar. I dessa fall har man struktutsatser för upplösningarna. Boij-Söderbergs förmodan har två delar. Dels existensen av moduler med rena upplösningar och vissa bestämda Bettital. Denna del visades vara sann av Eisenbud, Fløystad och Weyman om kroppen har karaktäristik 0, och senare av Eisenbud och Schreyer för godtyckliga kroppar. Den andra delen, att varje Bettimatrix är en positiv rationell linjärkombination av matriser för CM-moduler med rena upplösningar, visades av Eisenbud-Schreyer. (De behandlade, och löste, i samma artikel ett motsvarande problem om kohomologimatriser för koherenta vektorbuntar.) Eisenbud och Schreyer ger en algoritm för uppdelning av en Bettimatrix som en positiv linjärkombination av rena matriser. (Den finns nu implementerad i datorpaketet Macaulay2.)

Genom att använda idéer från Eisenbud-Schreyers artikel lyckas sedan Boij och Söderberg generalisera, och t.o.m. förfina, multiplicitetsförmodandet till moduler som inte är CM. Man har nu nödvändiga villkor på matrisen för att vara en Bettimatrix. I och med dessa arbeten har man gjort framsteg som jag tror ingen förväntat sig för några år sedan.

## Kaj Nyström tilldelas Wallenbergpriset



*Hans Wallin*

Matematikersamfundet har beslutat att i år dela Wallenbergpriset mellan Kaj Nyström, Umeå universitet och Mats Boij, KTH. Motiveringen för Nyströms pris lyder:

Kaj Nyström får priset för banbrytande resultat inom teorin för icke-linjära partiella differentialekvationer. Bland annat har Nyström i samarbete med John Lewis, professor vid University of Kentucky, lyckats med bedriften att utvidga stora delar av teorin för regularitet upp till randen av harmoniska funktioner i Lipschitzområden till att omfatta även s.k.  $p$ -harmoniska funktioner.

Förutom forskningen om partiella differentialekvationer forskar Nyström även inom risk management, ett område med starka kopplingar till finansvärlden. Hans forskning där syftar bland annat till att utveckla matematiska modeller för att kvantifiera de olika risker som en bank är exponerad mot. Bland annat har han i ett nyligen publicerat arbete studerat värdering och prissättning av portföljer av krediter med hjälp av strukturerade produkter. Han har också varit en av de drivande i utvecklingen av ett nytt civilingenjörsprogram i industriell ekonomi vid Umeå universitet.

Nyström föddes 1969 i Uppsala och disputerade 1994 i matematik vid Umeå universitet. Han har tillbringat två år som postdoktor vid University of Chicago och MIT i USA. Han har arbetat två och ett halvt år som matematiker inom området riskanalys vid Swedbank i Stockholm. Han är docent i matematik och universitetslektor vid Institutionen för matematik och matematisk statistik vid Umeå universitet.

Jag ska ge en kort beskrivning av de arbeten för vilka Nyström har belönats. Han studerar  $p$ -harmoniska funktioner,  $1 < p < \infty$ , i begränsade Lipschitzområden  $G$  i  $\mathbf{R}^n$  och i allmännare så kallade NTA-områden (nontangentially accessible domains). De  $p$ -harmoniska funktionerna är svaga lösningar i  $G$  till  $p$ -Laplace differentialekvation  $\nabla \cdot (|\nabla u|^{p-2} \nabla u) = 0$ , där  $\nabla u = \left( \frac{\partial u}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n} \right)$  och punkten i differentialekvationen står för skalär produkt. Detta är en partiell differentialekvation som är av grundläggande betydelse inom den matematiska analysen och i mekaniken. Den uppkommer i variationskalkylen som den så kallade Euler-Lagrange ekvationen av

$p$ -energin. För  $p = 2$  får vi de klassiska harmoniska funktionerna som är lösningar till Laplace ekvation  $\Delta u = 0$ , där  $\Delta = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}$ , som är en linjär partiell differentialekvation som är grundligt undersökt inom harmonisk analys och newtonsk mekanik. För  $p \neq 2$  är det en icke-linjär partiell differentialekvation som i fysiken svarar mot icke-newtonsk mekanik.

Under de senaste 30-40 åren har en rad mycket uppmärksammade resultat uppnåtts i fallet  $p = 2$ , dvs för harmoniska funktioner, av bland andra B. Dahlberg, A. Ancona, J.M. Wu, D. Jerison, C. Kenig, L. Caffarelli och T. Toro. Under de två senaste årtiondena har många ledande forskare inom området icke-linjära partiella differentialekvationer förgäves försökt att generalisera resultaten från det linjära fallet  $p = 2$  till det icke linjära fallet  $p \neq 2$  för Lipschitzområden  $G$ . Det faktum att man för  $p \neq 2$  har att göra med en icke-linjär, degenererad operator leder till mycket svårlösta problem. Dessutom har Lipschitzområden en mycket oregelbunden geometri vilket ställer stora krav på bevisföringen; för områden  $G$  med mer regelbunden geometri blir bevisen enklare. Ett avgörande genombrott i sin forskning gjorde Lewis och Nyström med arbetena [LN] och [LN1]. Detta genombrott har på kort tid lett till nya resultat av Lewis-Nyström ([LN2], [LN6], [LLuN], [LNP]) och man kan förvänta sig ytterligare viktiga framsteg om  $p$ -harmoniska funktioner både av Lewis-Nyström och andra.

Jag övergår nu till att beskriva några av de grundläggande insatser för vilka Nyström belönats. Uppsatserna [LN] och [LN1] handlar bland annat om Hölderkontinuitet i begränsade Lipschitzområden. En funktion  $f$  är Hölderkontinuerlig av ordning  $\alpha > 0$  i ett område om det finns en konstant  $M$  så att  $|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|^\alpha$  då  $x$  och  $y$  ligger i området. Ett begränsat Lipschitzområde är ett område där randen lokalt kan beskrivas genom en Hölderkontinuerlig funktion av ordning  $\alpha = 1$ . I [LN] visas en så kallad rand-Harnackolikhet (boundary Harnack inequality) på ett begränsat Lipschitzområde  $G$ . Olikheten utsäger, grovt uttryckt, att om  $u$  och  $v$  är två godtyckliga positiva, kontinuerliga  $p$ -harmoniska funktioner i  $G$  som kontinuerligt övergår i värdet noll på en del av randen till  $G$ , så måste  $u$  och  $v$  göra det med samma hastighet. Detta uttrycks genom att kvoten  $u/v$  är uppåt begränsad av en konstant och nedåt begränsad av en positiv konstant, när man närmar sig den aktuella delen av randen. I [LN1] visas dessutom att denna kvot  $u/v$  är Hölderkontinuerlig ända fram till den aktuella delen av randen.

Uppsatserna [LN] och [LN1], av vilka den senare nyligen antagits för publicering i *Annals of Mathematics*, utgör banbrytande insatser inom teorin för icke-linjära partiella differentialekvationer. I fallet  $p = 2$ , dvs för harmoniska funktioner, bevisades rand-Harnackolikheten för cirka 30 år sedan av Ancona [A], Dahlberg [D] och Wu [W] oberoende av varandra och utvidgades till NTA-områden av Jerison-Kenig [JK], som också visade Hölderkontinuitet för motsvarande kvot för  $p = 2$ . I fallet  $p = 2$  finns för olika typer av områden

$G$  omfattande studier av relationen mellan det så kallade harmoniska måttet och ytmåttet av randen till  $G$  ([D], [AC], [JK], [J], [KT], [KT1], [KT2]). Ett flertal av dessa resultat är generaliserade av Lewis-Nyström i [LN2]. En översikt av några av resultaten i [LN], [LN1] och [LN2] finns i [LN3].

Lewis-Nyström har använt och utvecklat tekniken i [LN], [LN1] och [LN2] i ett antal ytterligare arbeten. I [LN4] visas rand-Harnackolikheten och Hölderkontinuitet för kvoten av  $p$ -harmoniska funktioner i ett antal områden som inte är Lipschitzområden. Rand-Harnackolikheter visas, tillsammans med N. Lundström, i [LLuN] för allmänna operatorer av  $p$ -Laplacetyyp och i [LN5] för områden som begränsas av en så kallad kvasicirkel. I [LN6] började Lewis-Nyström en viktig studie som handlar om att till  $p$ -Laplaceoperatorn,  $p \neq 2$ , generalisera resultat av Caffarelli om problem med fria ränder för Laplaceoperatorn.

## Uppsatser

- [LN] J. Lewis and K. Nyström, *Boundary Behaviour for  $p$ -Harmonic Functions in Lipschitz and Starlike Lipschitz Ring Domains*, Annales Scientifiques de L'Ecole Normale Supérieure, Volume 40, Issue 5, September-October 2007, p.765-813.
- [LN1] J. Lewis and K. Nyström, *Boundary Behaviour and the Martin Boundary Problem for  $p$ -Harmonic Functions in Lipschitz domains*, to appear in Annals of Mathematics.
- [LN2] J. Lewis and K. Nyström, *Regularity and Free Boundary Regularity for the  $p$ -Laplacian in Lipschitz and  $C^1$ -domains*, Annales Acad. Sci. Fenn. Mathematica 33 (2008), p. 523 - 548.
- [LN3] J. Lewis and K. Nyström, *New Results for  $p$ -Harmonic Functions*, to appear in Pure and Applied Math Quarterly.
- [LN4] J. Lewis and K. Nyström, *Boundary Behaviour of  $p$ -Harmonic Functions in Domains Beyond Lipschitz Domains*, Advances in the Calculus of Variations 1 (2008), p. 133 - 177.
- [LN5] J. Lewis and K. Nyström, *The Boundary Harnack Inequality for Infinity Harmonic Functions in the Plane*, Proceedings of the American Mathematics Society, 136 (2008), p. 1311-1323.
- [LN6] J. Lewis and K. Nyström, *Regularity of Lipschitz Free Boundaries in Two-phase Problems for the  $p$ -Laplace Operator*, submitted.
- [LLuN] J. Lewis, N. Lundström and K. Nyström, *Boundary Harnack Inequalities for Operators of  $p$ -Laplace type in Reifenberg Flat Domains*, in Perspectives in PDE, Harmonic Analysis, and Applications, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics 79 (2008), p. 229-266.

- [LNP] J. Lewis, K. Nyström and Pietro Poggi-Corradini, *p-Harmonic Measure in Simply-connected Domains*, submitted.

## Referenser

- [A] A. Ancona, *Principe de Harnack à la frontière et théorème de Fatou pour un opérateur elliptique dans un domaine lipschitzien*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **28** (1978), no. 4, 169-213.
- [AC] H.W. Alt and L. Caffarelli, *Existence and regularity for a minimum problem with free boundary*, J. Reine Angew. Math. **325** (1981), 105-144.
- [C1] L. Caffarelli, *A Harnack inequality approach to the regularity of free boundaries. Part I, Lipschitz free boundaries are  $C^{1,\alpha}$* , Revista Math. Iberoamericana **3** (1987), 139-162.
- [C2] L. Caffarelli, *A Harnack inequality approach to the regularity of free boundaries. II. Flat free boundaries are Lipschitz*, Comm. Pure Appl. Math. **42** (1989), no. 1, 55-78.
- [C3] L. Caffarelli, *A Harnack inequality approach to the regularity of free boundaries. III. Existence theory, compactness, and dependence on  $X$* , Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4) **15** (1988), no. 4, 583-602 (1989).
- [D] B. Dahlberg, *On estimates of harmonic measure*, Arch Rational Mech. Anal. **65** (1977), 275-288.
- [J] D. Jerison, *Regularity of the Poisson kernel and free boundary problems*, Colloq. Math. **60-61** (1990), 547-567.
- [JK] D. Jerison and C. Kenig, *Boundary behavior of harmonic functions in non-tangentially accessible domains*, Advances in Math. **46** (1982), 80-147.
- [JK] D. Jerison and C. Kenig, *The logarithm of the Poisson kernel of a  $C^1$ -domain has vanishing mean oscillation*, Trans. Amer. Math. Soc. **273** (1982), 781-794.
- [K] J. Kemper, *A boundary Harnack inequality for Lipschitz domains and the principle of positive singularities*, Comm. Pure Appl. Math. **25** (1972), 247-255.
- [KT] C. Kenig and T. Toro, *Harmonic measure on locally flat domains*, Duke Math J. **87** (1997), 501-551.

- [KT1] C. Kenig and T. Toro, *Free boundary regularity for harmonic measure and Poisson kernels*, Ann. of Math. **150** (1999), 369-454.
- [KT2] C. Kenig and T. Toro, *Poisson kernel characterization of Reifenberg flat chord arc domains*, Ann. Sci. Ecole Norm. Sup. (4) **36** (2003), no. 3, 323 - 401.
- [M] N. Makarov, *Distortion of boundary sets under conformal mapping*, Proc. London Math. Soc. **51** (1985), 369-384.
- [W] J. M. Wu, *Comparisons of kernel functions, boundary Harnack principle and relative Fatou theorem on Lipschitz domains*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **28** (1978), no. 4, 147-167.



Dear Colleague,

I am writing regarding the program "Algebraic Geometry with a view towards applications" which will be held at the Mittag-Leffler Institute during the spring of 2011. The program will run from January 15 till June 15 2011.

As announced three workshops will be held during that period, which have been scheduled as follows:

- Jan. 10-14 2011 at the CMA in Oslo Algebraic Geometry in the sciences
- Feb. 21-25 2011 at the CIAM, KTH in Stockholm Solving polynomial equations
- June, dates to be decided Algorithms in Algebraic Geometry

A preliminary web-page can be found at

<http://www.math.kth.se/dirocco/ML2011/ML> . It will be kept up to date, so it is a good place to check for more information in the future. The program will sponsor a number of post-doc positions. The deadline for application is Jan 20 2010.

Sandra Di Rocco [www.math.kth.se/dirocco](http://www.math.kth.se/dirocco)  
(on behalf of the organizing committee)



## Abelpriset 2009 till Gromov

*Tobias Ekholm*

På kort varsel blev jag ombedd att skriva några rader om årets Abelpristagare Mikhail Gromov. Gromovs arbeten genomsyras av ett mycket geometriskt synsätt och spänner över stora delar av matematiken. Han har en unik förmåga att göra djup och effektiv matematik av enkla, inte sällan till synes naiva, idéer. För att slita på en ofta citerad anmärkning av Dennis Sullivan: *It is incredible what Gromov can do just with the triangle inequality.*

Istället för att försöka ge en övergripande bild av Gromovs arbeten tänkte jag bara kort nämna några av de områden där hans bidrag varit enastående för att sedan ge en mer detaljerad beskrivning av ett specifikt grundläggande resultat i symplektisk geometri.

### *Gruppteori*

Gromov introducerade begreppet hyperbolisk grupp och visade att en ändligt genererad grupp har polynomiell tillväxt om och endast om den har en delgrupp av ändligt index som är nilpotent.

### *Riemanngeometri*

Gromovs arbeten inom området är mycket omfattande. Han har bland annat studerat samband mellan krökning och topologi och introducerat ett begrepp som nu kallas Gromov-Hausdorff avstånd (ett avståndsbegrepp för att studera konvergens av följder av metriska rum).

### *Kvantitativ algebraisk topologi*

Även här är Gromovs arbeten mycket omfattande bland annat introducerade han begreppet simplicciell volym (ett slags  $L^1$ -norm för fundamentalklassen av en mångfald i vektorrummet genererat av alla simplex i mångfalden).

### *h-principer*

Bokstaven "h" i h-principer står för homotopi. Området behandlar differentialrelationer (tex differentialekvationer). En h-princip garanterar äkta (eller holonoma) lösningar till en differentialrelation givet att motsvarande rent topologiska problem kan lösas. Ett välkänt exempel på en h-princip är Smales resultat om ut-och-in-vändning av sfären.

### *Symplektisk geometri*

Gromov introducerade pseudoholomorfa kurvor i symplektisk geometri. Detta öppnade ett helt nytt forskningsområde som sedan dess utvecklats vidare genom till exempel Floerhomologi och som också visat sig ha nära samband med många andra områden till exempel gauge-teori i dimension fyra.

För att illustrera hur Gromov använde pseudoholomorfa kurvor i symplektisk geometri skisserar jag ett bevis av följande resultat. Låt  $(x, y) =$

$(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$  vara koordinater på  $\mathbb{R}^{2n}$ . Den kanoniska symplektiska formen på  $\mathbb{R}^{2n}$  ges av

$$\omega = \sum_{j=1}^n dx_j \wedge dy_j.$$

En diffeomorfi  $\phi: \mathbb{R}^{2n} \rightarrow \mathbb{R}^{2n}$  som bevarar  $\omega$  (dvs  $\phi^*\omega = \omega$ ) kallas *symplektisk*. Sådana diffeomorfier är välkända från klassisk mekanik; flöden till Hamiltonska system  $\dot{x}_j = \frac{\partial H}{\partial y_j}$ ,  $\dot{y}_j = -\frac{\partial H}{\partial x_j}$  där  $H(x, y, t)$  är en tidsberoende Hamiltonfunktion bevarar  $\omega$ . Låt nu  $U \subset \mathbb{R}^{2n}$  vara en öppen mängd som innehåller två disjunkta bollar  $B'(r_1)$  och  $B''(r_2)$  med radier  $r_1$  respektive  $r_2$ .

**Theorem 0.1 (Gromov 1985)** *Antag att det finns en symplektisk inbäddning  $\psi: U \rightarrow B(R)$  där  $B(R) \subset \mathbb{R}^{2n}$  är bollen av radie  $R$ , dvs  $\psi$  är en inbäddning och  $\psi^*(\omega) = \omega$ , då gäller att*

$$r_1^2 + r_2^2 \leq R^2.$$

Innan vi bevisar detta resultat kan vi notera följande. Eftersom  $\omega \wedge \dots \wedge \omega$  är volymsformen på  $\mathbb{R}^{2n}$  är symplektiska inbäddningar speciellt volymsbevarande. Tar vi  $U$  som en  $\epsilon$ -omgivning till en 2-dimensionell disk på formen

$$\{(x, y): x_1^2 + y_2^2 \leq 10^{80} R, \ x_j = 0 = y_j, \ j > 1\}$$

så har  $U$  volym proportionell mot  $\epsilon^{2n-2}$  och det är inte svårt att inse att, om  $n > 1$  och  $\epsilon > 0$  tillräckligt litet, kan vi genom att "vecka"  $U$  hitta en volymsbevarande inbäddning  $\phi: U \rightarrow B(R)$ . Satsen säger att det är omöjligt att göra samma sak med en symplektisk inbäddning.

[Bevis] Den kanoniska symplektiska strukturen  $\omega_0$  på  $\mathbb{C}P^n$  är imaginärdelen av Fubini-Study metriken (upp till multiplikation med konstant). Det är lätt att se att det finns en symplektisk diffeomorfi från en öppen 2-dimensionell disk av radie  $R$  till komplementet av en punkt i  $\mathbb{C}P^1$  om  $\omega_0$  är skalad så att totala volymen av  $\mathbb{C}P^1$  är  $\pi R^2$ . Detta resultat generaliserar till högre dimension: Det finns en symplektisk diffeomorfi från  $B(R) \subset \mathbb{R}^{2n}$  till  $\mathbb{C}P^n - \mathbb{C}P^{n-1}$  om  $\omega_0$  på  $\mathbb{C}P^n$  är skalad så att

$$\int_L \omega_0 = \pi R^2,$$

där  $L$  representerar en generator för  $H_2(\mathbb{C}P^2; \mathbb{Z})$ .

Låt  $\epsilon > 0$  vara litet och identifiera  $B(R + \epsilon)$  symplektiskt med  $\mathbb{C}P^n - \mathbb{C}P^{n-1}$ . Låt sedan  $J$  vara en (inte nödvändigtvis integrabel) komplex struktur på  $\mathbb{C}P^n$  som är kompatibel med  $\omega_0$ , dvs  $\omega_0$  är positiv på  $J$ -komplexa tangentplan och  $\omega_0(J\cdot, J\cdot) = \omega_0(\cdot, \cdot)$ , och som överensstämmer med den kanoniska komplexa strukturen (från  $\mathbb{R}^{2n} = \mathbb{C}^n$ ) på  $\psi(U) \subset B(R) \subset B(R + \epsilon)$ , där  $\psi: U \rightarrow B(R)$  är en symplektisk inbäddning. Det följer enkelt att ett

sådant  $J$  existerar från det faktum att rummet av komplexa strukturer som är kompatibla med en given symplektisk form på  $\mathbb{R}^{2n}$  är kontraktibelt.

Gromovs teori för pseudoholomorfa kurvor garanterar nu att det för varje punkt-par  $(a, b)$  i  $\mathbb{C}P^n$  existerar en pseudoholomorf sfär  $u: \mathbb{C}P^1 \rightarrow \mathbb{C}P^n$  som går genom  $a$  och genom  $b$  och som representerar generatoren för  $H_2(\mathbb{C}P^n; \mathbb{Z})$ . Med andra ord,  $u$  uppfyller Cauchy-Riemann ekvationerna

$$(\dagger) \quad du + J \circ du \circ i = 0,$$

där  $i$  är den vanliga komplexa strukturen på  $\mathbb{C}P^1$ , och det finns punkter  $s_1, s_2 \in \mathbb{C}P^1$  sådana att  $u(s_1) = a$  och  $u(s_2) = b$ .

Ekvation  $(\dagger)$  ger, tillsammans med att  $J$  är kompatibel med  $\omega_0$  och att homologiklassen representerad av  $u$  genererar  $H_2(\mathbb{C}P^n; \mathbb{Z})$ , att

$$\text{area}(u) = \int_{\mathbb{C}P^1} u^* \omega_0 = \pi(R + \epsilon)^2.$$

Således har vi

$$\begin{aligned} \text{area}(u) &= \pi(R + \epsilon)^2 \\ (\ddagger) \quad &> \text{area}(u(\mathbb{C}P^1) \cap \psi(B'(r_1))) + \text{area}(u(\mathbb{C}P^1) \cap \psi(B''(r_2))). \end{aligned}$$

Enligt vårt val av komplex struktur är  $\psi^{-1} \circ u$  holomorf på  $u^{-1}(\psi(U))$  och därför en minimalyta. Monotonicitetsformeln för en minimalyta som går genom centrum av en boll ger

$$\text{area}(u(\mathbb{C}P^1) \cap \psi(B'(r_1))) + \text{area}(u(\mathbb{C}P^1) \cap \psi(B''(r_2))) > \pi r_1^2 + \pi r_2^2.$$

Satsen följer nu genom att låta  $\epsilon \rightarrow 0$  i  $(\ddagger)$ .

## Julius Borcea

*Petter Brändén*

Professor Julius Borcea, Norsborg, avled den 8 april. Han blev 40 år. Julius sörjs av sin fru Roxana, sina föräldrar och bror, svärföräldrar, svåger med familj samt kollegor och vänner. Julius Borcea föddes i Bacau, Rumänien 1968. Hans föräldrar var gymnasielärare och när Julius var 14 år flyttade de till Marocko där han gick i fransk skola. Efter två år flyttade Julius till sin bror i Rumänien och sedan till Köpenhamn där han tog studenten. Därefter följde 2 års studier vid prestigefyllda Lycée Louis-le-Grand i Paris med utmärkta resultat. Studierna avslutades i Lund och Julius påbörjade forskarutbildningen i matematik 1994 med Arne Meurman som handledare. Han tog sin doktorsexamen 1998. Därefter tillbringade han ett halvår som post-doc på Mittag-Leffler institutet varefter han var post-doc i Strasbourg under två år. Hösten 2001 anställdes Julius som forskarassistent vid Stockholms universitet, varpå han tillträdde som lektor vid samma institution 2005. Året innan erhöll han Svenska Matematikersamfundets Wallenbergpris. Förra året blev han befordrad till professor och från och med i år var han akademiforskare vid Kungliga Vetenskapsakademien.

Julius var en framgångsrik och bred forskare, men också en mycket uppskattad och alltid väl förberedd lärare. Hans vetenskapliga arbeten sträcker sig från vertexoperator teori till nollställedistribution för polynom och hela funktioner via korrelationsolikheter och statistisk mekanik. Redan Julius avhandling visar på ett vidsträckt intresse inom matematik. Den består av två till synes vitt skilda delar: en om vertexoperator teori och en om nollställena till komplexa polynom i en variabel. Inom vertexoperator teorin generaliserade han resultat av Primc och Meurman och gav en klassificering av annihileraende fält. Den andra delen handlar om Ilieff-Sendovs förmodan om nollställena och kritiska punkter till komplexa polynom i en variabel. Med nya metoder lyckades han visa förmodan för polynom av grad högst 7. Tidigare (1969) var den bevisad för polynom av grad högst 5. Vid Stockholms universitet samarbetade han frekvent och framgångsrikt med Bøgvad och Shapiro. Deras arbeten handlar om rationella approximation till algebraiska ekvationer, om styckvis harmoniska funktioner och positiva Cauchy transformer samt om geometrin av nollställena till polynom i en variabel. Julius hade ett vittomspännande projekt om distributioner för positiva laddningar och Hausdorff-geometri för komplexa polynom. Ett av motiven för projektet var att sätta Ilieff-Sendovs förmodan i ett större sammanhang. Han formulerade flera förmodanden som väckte stort intresse och i somras ordnade han sammankomster vid American Institute of Mathematics i Palo Alto och Banff International Research Station med Khavinson, Pereira, Putinar och Shimorin. Dessa var fokuserade på frågeställningar inom Julius projekt.

Julius och jag träffades först hösten 2004 då han och Shapiro bjöd mig

till Stockholm för att diskutera ett av mina arbeten om hyperbolicitetsbevarande operatorer och liknande uppslag som de hade. Knappt två år senare lyckades vi lösa vårt huvudprojekt: att karaktärisera de lineära operatorer på polynom som bevarar egenskapen att ha enbart reella rötter, ett problem som härrör från Laguerres och Pólya-Schurs arbeten. Samtidigt började vi studera polynom i flera variabler med mer generella icke-försvinnande egenskaper. Vi insåg att teorin runt dessa kunde användas för att bevisa en 20-årig förmodan i matristeori. Julius var mån om att sprida forskningsresultaten och knyta internationella kontakter. Han gav sig ut på långa turnéer och gav seminarier på de främsta universiteten i USA och Europa. Senast våren 2006 var han i USA i en månad. Eftersom jag då var post-doc vid University of Michigan blev Ann Arbor hans första och sista anhalt på resan. Det var en härlig tid då våren visade sig från sin bästa sida och Julius fick flera tillfällen att ge efter för sin svaghet för godsaker, ofta i form av Ben & Jerrys glass i solskenet. Julius var den drivande kraften i att ordna en workshop runt vår forskning vid American Institute of Mathematics i juni 2007. Strax innan inledde vi ett projekt tillsammans med Tom Liggett (UCLA) som handlar om negativt beroende händelser i matematisk statistik och statistisk mekanik. Detta projekt låg Julius varmt om hjärtat och vi gladdes åt att våra studier om geometrin för nollställena av polynom i flera variabler kunde användas för att lösa problem av helt annan karaktär inom matematisk statistik och fysik. Vårt senaste gemensamma projekt handlar om matematiken kring Lee-Yangs program om fasövergångar i matematisk fysik. I detta program är studiet av lineära avbildningar på komplexa polynom i flera variabler som bevarar egenskapen att vara nollskild i ett föreskrivet område centralt (vilket vagt motsvarar att partitionsfunktionen är nollskild i detta område och medför att modellen ej kan ha en fasövergång där). Vi lyckades karaktärisera sådana operatorer.

Julius hade ett levande intresse för litteratur. Som ung hade han författardrömmar och skrev poesi, men i tonåren tog intresset för matematik överhanden. Julius levde för matematiken. Han var en komplex person. Nyfiken, passionerad, rastlös, men också känslig, omtänksam, generös och framförallt intensiv i allt han gjorde. Julius fann en tvillingsjäl i Roxana. De träffades genom hennes bror i Rumänien och gifte sig i Prag 1990. Tillsammans älskade de att resa, gärna till storstäder med favoritresmål som Wien, Paris och London.

Julius Borcea har hastigt lämnat oss och är saknad av många världen över. Minnet av honom lever kvar, inte minst genom hans matematik.

## Michael Benedicks - 60 år



*Ulf Persson*

Michael Benedicks föddes den 23 april 1949, och fyllde därmed sextio bara för ett par veckor sedan, en ålder vid vilken den framgångsrike vetenskapsmannen enligt traditionen hyllas. Michael är inget undantag, en konferens till hans ära anordnas senare under månaden vid KTH, och information om denna står att finna på annan plats i Utskicket.

Michael är inte den man som slår på trumma för sig själv och jag befärar att han vore ganska förskräckt om han i skrivandes stund misstänkte vad som var på färde. Han skulle säkert försöka avstyra det hela, och just av denna anledning håller jag det hemligt. Att ha vänner är, som vi

alla har erfarenhet av, inte bara av godo. Dock tillfället att uppmärksamma honom bereder mig en glädje som jag inte vill förmena mig själv, och som alla goda gärningar göres även denna av rent egoistiska skäl. Den enda glädje jag må tillfoga honom är lättnadens att jag inte gör anspråk på att beskriva hans vetenskapliga gärning.

Anfadern, även han med namnet Michael Benedicks, var Michaels farfars farfar bördig från Sachsen och född 1768. Han emigrerade som ung man till Sverige tillsammans med några bröder och verkade som uppskattad juvelerare vid Gustav IV Adolfs hov. Vid sidan om bedrev han en bankirverksamhet som fick ett uppsving i samband med kontinentalblockaden under Napoleonkriget. Svensk medborgare blev han 1811 och därefter kom han i åtnjutande av den blivande Karl XIV Johans förtroende och gunst. Han överlevde sin beskyddare med ett år och dog 1845. En oljemålning av juveleraren befinner sig fortfarande i ättlingens ägo. Ett mera direkt inflytande på Michael under dennes barndom utgjorde den förres barnbarn tillika Michaels farfar Carl Benedicks (1875-1958). Denne man var fysikalisk kemist, professor vid Stockholms högskola åren 1910-1922 och senare föreståndare för Metallografiska Institutet i Stockholm. Som metallurg gjorde han sig känd för sina ingående studier av järn-kol legeringar (d.v.s. stål) samt syntes av meteoritjärn, bedrifter som belönades med franska vetenskapsakademins 'Prix Wilde' 1922. Carl Benedicks var inte bara fysiker utan en mångsysslare; förutom metallurgi, sysslade han även med geologi, astronomi och matematik. Det porträtt av honom som jag funnit i Nordisk familjebok<sup>1</sup> uppvisar

---

<sup>1</sup>En upplaga från 30-talet och min huvudsakliga källa.

en slående likhet med sonsonen<sup>2</sup> En sådan familjehistoria kan både vara en källa till stolthet liksom utgöra något av ett bagage,

Michael växte upp med sin mor och mormor i Karlstad, där han gick den sedvanliga skolgången med realskola och gymnasium,. Studenten tog han 1967 vid Sundstagymnasiet med strålande betyg<sup>3</sup>. Michael har ofta talat med uppskattning om sin matematiklärare - Erik Fritiofsson, licentiat för Marcel Riesz och studiekamrat med Otto Frostman. Han var mycket kunnig och engagerande, och man kan inte annat än att beklaga att sådana lektorer ej längre står att finna i skolan. Men även på sin tid var han nog ganska sällsynt och man kan heller inte annat än gratulera Michael till förmånen. Man må även vara förlåten om man misstänker att denne man kan ha haft sitt finger med i spelet när det gällde Michaels val av framtida intresseinriktning. Michael ställde även upp i matematiktävlingen, som på grund av lärarlockouten hösten 1966 ägde rum den påföljande våren 1967. Han kom på delad andra plats tillsammans med Björn Dahlberg, en annan värmlänning<sup>4</sup>. Deltagandet i Samfundets matematiktävling medförde att han även deltog i den första internationella matematikolympiaden med deltagare utanför Östblocket, en olympiad som sommaren 1967 ägde rum i Jugoslavien<sup>5</sup>. Året efter studenten tillbringade Michael, (med ett smärre avbrott hos släktingar i Stockholm), i hemstaden, där en universitetsfilial till Stockholm hade inrättats. Där läste han två betyg. Det må vara något anmärkningsvärt att en begåvning som Michael skulle ägna hela två terminer åt att taga två betyg i matematik, som det hette på den tiden. Men Michael har alltid haft en tendens att ligga lågt. Jag tvivlar att någon annan svensk matematiker har på ett grundligare sätt tillägnat sig detta pensum, och dessutom misstänker jag att han ägnade en viss tid åt andra aktiviteter, såsom tennis, där han var mycket framgångsrik (jag vill minnas att han vann något juniormästerskap i Värmland, kanske än högre, men han har aldrig varit benägen att framhäva sina bedrifter.). Hösten 1968 började han på KTH, och bedrev samtidigt studier i matematik på universitetet<sup>6</sup>. Det var i samband med detta som jag träffade honom första gången hösten 1968 när vi båda skrev en trebetygs-

---

<sup>2</sup>Ändrar man farfar till morfar vid lämpliga ställen kan ovanstående, med en smärre förändring, återanvändas även för andra matematiker i Sverige. Jag tänker givetvis på familjen Martin-Löf och speciellt Per Martin-Löf som i dagarna hyllas med en avskedskonferens i Uppsala.

<sup>3</sup>vilket jag kan intyga efter att en gång fått förmånen att bevittna dem

<sup>4</sup>Den minnesgode läsaren kommer ihåg att det var Bengt Ek, ännu inte sexton år fyllda, som vann den gången.

<sup>5</sup>Matematikolympiaden firade 10-års jubileum året därpå och har sedan fortsatt i fyrtio år, och är nu en mycket större affär med betydligt flera länder än på den smått idylliska tid i slutet av 60-talet.

<sup>6</sup>Han bevistade även Rolf Shocks kurs i logik utan existensaxiom som denne gav på KTH. (Jag misstänker att Michael var den ende åhöraren). Shocks rykte som logiker var något kontroversiellt, däremot den posthuma donation han gav till KVA var betydligt mindre så, och som nu ligger till grund för Shockpriset som ges för gångna bedrifter inom arkitektur, musik, matematik och inte minst just logik

skrivning för Edgar Asplund <sup>7</sup>. Universitetet hade expanderat drastiskt under de föregående åren, och skrivningar, liksom undervisning, ägde rum i obskyra lokaler utspridda över hela Stockholm. Denna gång rörde det sig om någon lokal ute på Kungsholmen. Michael klarade det med glans, spets som det hette då, medan jag vill minnas att jag själv nätt och jämt blev godkänd. Nästa vår avklarade han även fyra betyg lika glansfullt, ett kamelens nålsöga på den tiden, och ett inträdesprov till forskarstudier<sup>8</sup>. Ett par år senare var det värnplikstjänstgöring, under vilken han väl för första gången kom i kontakt med datorer och programmering, vilket kommer att utgöra ett ledmotiv i hans kommande matematiska karriär. Så småningom avklarade han sin utbildning vid KTH men någon ingenjörskarriär kändes väl knappast lockande, utan han gick direkt vidare till doktorandstudier i matematik. Hans doktorandstudier under andra delen av 70-talet finansierades av att han verkade som korrekturläsare för *Acta Mathematica* vid Mittag-Leffler institutet, en uppgift han utförde med förväntad samvetsgrannhet och ibland med en aningen överdriven plikt känsla vilket stundom tog sig uttryck i att han även utförde rena vaktmästarsysslor. (Om pannan på Institutet krånglade tog Michael sitt ansvar även om detta givetvis inte alls var hans bord.) Men åren vid Mittag-Leffler var trots allt mycket goda för honom, och han knöt många värdefulla kontakter. Under våren 1980 besökte Ulf Grenander institutet och propagerade för datorspråket APL <sup>9</sup> som Michael pliktskyldigast tillägnade sig (den ende i Sverige?). I samband med denna vistelse introducerades den första datorn vid Mittag-Leffler. Ingen elektronisk dataskärm utan kommunikationen skedde via ett tangentbord och en pappersremsa som hackvis hostades upp. Själva datorn befann sig vid ett större svenskt företag, jag har glömt vilket, och kommunikationen skedde via telefonluren över vilken en gummiartad 'mackapär' lades. Det var i samband med detta som Michael introducerades till Henonavbildningen och 'strange attractors' ett ämnesområde som var som gjort för datorn och som under denna tid hade hunnit bli mycket populärt med en uppsjö av simuleringar men däremot inga hårda matematiska resultat. Michael, vars matematiska bildningsresa hade skett via klassisk hård svensk analys, fann nu anledning att förlägga denna sin vunna expertis i ett för honom nytt sammanhang, nämligen topologins, och han blev en 'dynamiker'. Men detta är att gå händelserna i förväg. Våren 1980 doktorerade han på vad jag förstår var en

---

<sup>7</sup>(1931-1974) var en svensk matematiker som tillbringat många år i USA och bland annat skrivit en uppmärksammas lärobok i mätteori (Asplund-Bungart). Han hade återvänt till Sverige och Stockholm den hösten. Han fick ingen permanent tjänst i Sverige utan fick dra till Odense. Dock drabbades han av cancer kort därpå och dog ung.

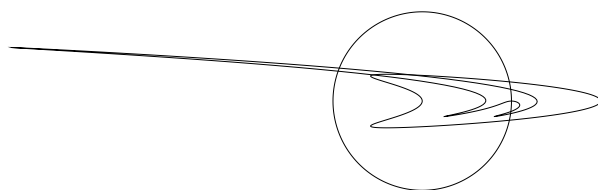
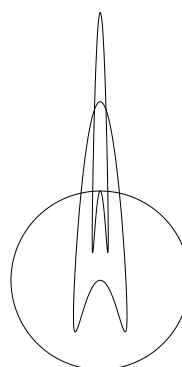
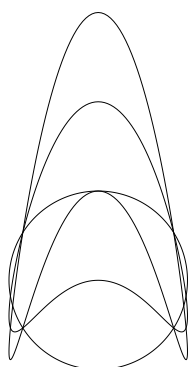
<sup>8</sup>Fyra betyg ansågs vara något av en mardröm. Tre betyg kunde väl vem som helst klara av med lite disciplinerad flit, men för att klara av fyra betyg måste man verkligen förstå vad matematiken rörde sig om. Tentamen innefattade en skrivning med krävande uppgifter, någon sådan skärseld förekommer inte längre i universitetsutbildningen och personligen tycker jag detta är en brist.

<sup>9</sup>'A Programming Language'



klassisk svensk analys-avhandling, och sedan följde en period med tjänster här och var över hela landet, inkluderande några år i Göteborg, men den fasta punkten ute i Bergshamra övergav han inte förrän han blev professor vid KTH i början av 90-talet (1991?) och skaffade sin stora och centrala lägenhet i vilken han kunde inlemma barndomshemmet i Karlstad. Hans arbete med Carleson om Hènonavbildningen som publicerades i *Annals of Mathematics*<sup>10</sup> befäste hans matematiska rykte, och han har sedan dess under de två senaste decennierna gått från klarhet till klarhet. Michaels karriär tog sin början vid professorsutnämningen inte sin kulminering. Det vore förmodat av mig att nu att försöka skissera hans bedrifter och räkna upp hans hedersuppdrag, utan låter mig nöja mig med att nämna att han var en av de inbjudna talarna vid ICM i Beijing 2002. Hans framgångar har bland annat äntligen gett honom utlopp för den lust att resa världen över han närde i sin ungdom.

Det är med stort nöje jag gratulerar Michael på hans 60 årsdag! Må han leva fyrtio år till (lika länge som jag känt honom.)




---

<sup>10</sup>The dynamics of the Hènon map *Ann. of Math.* **133** (1991) p 73-169

## Chatting with Marcus du Sautoy

*Ulf Persson and Marcus du Sautoy*

*It starts with a shot. A man, a young revolutionary, is mortally wounded in a duel, only to die the next day. The year is 1832, the aftermath of the revolution of 1830 still vibrant enough to fire the political passions of excitable imaginative minds. Galois (and who else could it be?), was one such exuberant mind, and his death was in the eyes of the mathematical posterity if anything tragically premature. Out of the dissipating smoke from that fatal gunshot steps Marcus du Sautoy (sans gun), current professor of Public Understanding of Science, the successor of Richard Dawkins of the Selfish gene. He is still a young man (but not as young by any shot as Galois), short of physical stature but with a commanding stage presence. He will for an hour and fifteen minutes talk on symmetry to a collection of high-school teachers. Symmetry in one sense was given birth to by Galois. Of course the awareness of symmetry can be traced retroactively throughout human history, and it not only antedates human life, but evolution altogether, in fact in a very palpable sense symmetry was very much present at the beginning of the universe. One can even argue that there was nothing else around at the time. But it was the genius of Galois to give us the appropriate language to talk about symmetry, enabling us to discover new things about it, in particular to discover new groups, the tangible mathematical manifestations of symmetry. (Most people think of  $Z_2$  when symmetry is concerned, but this is just the very beginning.) And the lecturer takes the rapt audience through displays of prehistorically constructed Platonic Solids to the various wall-symmetries of Alhambra (replete with computer generated transformations of the same) up to the Rubic Cube<sup>1</sup>. It is very clear that the lecturer thoroughly enjoys the performance, a joy not fueled by mathematical passion alone but also by complementary ones.*

**Ulf Persson:** *If you would not have been a mathematician, what profession would you have chosen?*

**Marcus du Sautoy:** Acting of course!

**UP:** Really?

**MdS:** Yes, I love acting. Whenever my regular life gets to me, I indulge in a fantasy just to take off and join an actors troupe. In fact I see the popularization of mathematics as an outlet for my thwarted acting impulses. It is just as with a play, a matter of performing, to get a message across, to

---

<sup>1</sup>How many symmetries has the Rubic Cube? The best guesser of the logarithmic size in the audience gets a new group called after them. (Admittedly, such objects can be constructed on a industrial scale, but on the other hand are more durable than stars as intangible physical objects.) What could a mathematician do in those fifteen minutes or so given to him, while being distracted by the lecture? The symmetric group on 54 elements gives an obvious upper bound but far too crude. A more delicate estimate is to note that there are three kind of cubes, eight corner-cubes, twelve edge cubes and six face cubes. The latter we can assume fixed, as those can be permuted by the standard rotations of the entire cube. Now an edge cube can have two different orientations, while the corner cubes theoretically six, this would give an upper bound of  $6^8 \times 8! \times 2^{12} \times 12!$  which I estimate to  $2 \times 10^{23}$

empathize with your public. Yes, in many ways it is a question of enacting a drama.

**UP:** *When did you decide to become a mathematician, or where you always decided to become one?*

**MdS:** Oh, NO! When I was little I wanted to become a spy, just like my mother. She actually worked for the Foreign Office but she used to kid me and my sister that she'd been a spy and that she'd been allowed to keep the black gun that every member of the foreign office gets given. Me and my sister looked for that gun all over the house, but apparently if they had taught my mother anything at all it was the art of concealment. We never were able to find that gun, so I instead decided to become a spy myself and earn my own gun.

**UP:** *And so what happened?*

**MdS:** Language. To become a spy you had to learn languages, including Russian of course, as I am old enough to have grown up during the Cold War. But I never took to languages. Too illogical, too many irregular verbs, strange spellings, I was simply awful at it. I hated it. And Russian was worst. Too many consonants. I could not even pronounce the title of the course. I got stuck at the very beginning. Total failure. So mathematics more and more looked like a reprieve.

**UP:** *And so you became a mathematician?*

**MdS:** Actually the story of how I really got into mathematics was a kind of traumatic in a way. One day our maths teacher picked on me, took me out of the building. This is going to be really bad, I thought, taking me outside, what have I done? But in fact he just wanted to smoke his cigar. Then he bent down to me and whispered that he was going to tell me a secret. My heart pounded, what kind of secret did he have in mind? 'du Sautoy, my boy' he started puffing on his cigar 'the mathematics we teach you here in school is not real mathematics', he continued, 'I want you to find out what real mathematics is all about'. And so he blew some smoke in my face and gave me a list of books.

**UP:** *And that was it?*

**MdS:** Actually it was just the beginning. We had to get those books. I travelled with my father to Oxford and we sought out Blackwells. Do you know Blackwells?

**UP:** *I have been to Blackwells in London and Cambridge.*

**MdS:** Blackwells in Oxford does not look very much from the outside. In fact I worried when we got there that it would not have the kind of books we were looking for. But once you got inside through the door, the place became huge. Mathematics was down in the basement. There was all that space and all those math books, and I picked some at random and did not understand a word. And then I saw all those characters browsing around, immersed in those books, reading them as were they novels. Was I intrigued. I actually kept one of the books on the list I eventually bought. Do you want

to see it? It is by someone called Frank Land, not a very distinguished guy, all forgotten now I guess. But it was not a bad book. It was called 'The Language of mathematics' *holds up a battered copy*. It costs me just less than two quid at the time.

**UP:** *So where did you end up studying?*

**MdS:** In fact that it wasn't quite fair that the maths we did in school wasn't real maths. I had been lucky enough to be subjected to an experimental program, and been exposed to groups early on. So I knew quite a lot of groups and symmetry and all that so I decided after doing my undergraduate degree in Oxford John Conway was my man. So I went to Cambridge and contacted him in his office, and he picked up a big thick book, big as an Atlas. Actually it was an Atlas, that famous Atlas of finite groups, and then he slammed it onto the table in front of me. 'You want to join us?' he asked 'What is your name?' I gave it to him, and he told me that I needed to drop the 'du', every single author had exactly six letters in his last name. I was indeed ready to drop that French touch to my name, and I was also perfectly happy to select two initials, just as everybody else, as long as the first was an M. Then he pointed out that the members of his team had joined in alphabetic order. Conway was first of course, and the last one to join was Wilson, so he now insisted that I change my spelling to 'Zautoy'. That I thought was too much and I went back to Oxford.

**UP:** *But the subject of finite groups is your area of expertise, not the Riemann zeta function.*

**MdS:** The Riemann zeta function! Well I do actually use zeta functions as a tool to study my groups. They are variants of the zeta function Riemann used to understand primes. They are complicated beasts. People thought I was crazy writing about the Riemann zeta function and trying to explain the Riemann Hypothesis to the general public. Of course like most mathematicians I was fascinated by the subject and learned a lot when I wrote it, and of course compared to the intended audience I was an expert. You are always an expert when you write to the public, and with that comes responsibilities, such as knowing what to leave out. This might be even the most important thing in popularizing, knowing what you can and often must leave out. Much of what is good in a successful popularization is invisible.

**UP:** *You are now the Professor of Public Understanding of Science at Oxford. If I am not mistaken you are the successor of Richard Dawkins. Is this an honorary title acknowledging your achievements as a communicator?*

**MdS:** No, actually it is a position you apply for. At the interview they very much emphasized the fact that they did not consider this as a full-time occupation, they want someone is as actively involved in research as they are in communicating the science. I am very happy with that. There would be no way I could think of giving up my research, that would simply be counterproductive.

**UP:** *How do you feel following in the footsteps of Dawkins? A tough act*

to follow?

**MdS:** Yes, Dawkins is very well known, and his subject is one to which people naturally react strongly in one way or another. I believe that his 'the Selfish Gene' sold a million copies. To get such exposure with mathematics would be fantastic. On the other hand Dawkins got very much involved in this crusade against religion. This is an act I am definitely not going to follow. It simply is not my thing.

**UP:** *I always thought that Dawkins is a bit autistic on the subject of religion.*

**MdS:** Autistic. That is the right word. To be an effective communicator you need to have empathy with your audience. On the subject of religion I think that Dawkins probably failed ending up antagonizing many potential sympathizers. And if you do not have empathy, you cannot really be an effective communicator. I try to empathize with people. I know that one single approach never works for everybody. You always need a multiple of such, and the only way you can generate new approaches is to try and understand how people feel and think.

**UP:** *Many might think that this position implies that you are not a real professor at Oxford, not up to par really, but kept on as some kind of glorified public relation figure? Do you feel in general that efforts to popularize are looked down upon by your colleagues, something you might possibly do when you are old and established, but nothing any promising young man and woman should waste their time on?*

**MdS:** As to the first that is a strange impression. Where did you get it from? Communication is part of every academic's life. We're all doing it. In seminars, conferences, journals. But who says that science should only be communicated to those within the academy? Science is too important to be left to someone only interested in doing public relations. We have a responsibility as scientists to engage society with what we do. As to the second I fear that this might be a problem, but one caused more by envy than anything else, and that it is being phased out. In my own department my chairman sees very positively on my activities. They make people think Oxford when they think on mathematics, and that is bound to have nice repercussions, at least when our department is concerned.

**UP:** *How did it all start?*

**MdS:** Start what? The popularization business you mean? Oh yes. We in Oxford are lucky, as a Fellow of the College I met all kinds of people, not just in mathematics, through regular gatherings...

**UP:** *This is nice, I think it is a real pity that there is so little trans-disciplinary interaction at modern universities, especially here in Sweden.*

**MdS:** ...And one guy, not even an academic, suggested that I write something for the public. He would make space for me in a newspaper, some kind of mathematical column. I thought about it, but it seemed daunting, and besides this is actually not the kind of work that earns you credits in

the academic world. So it petered out and then I met him a few years later and he pounced on me wondering why I had not written anything. Then I actually made an attempt. I liked it. It did not involve too much work, it was fun, you got a really large readership, much larger than you could expect from any of your technical papers. And the best thing of all you got paid for it. A nice cheque for a few hundred pounds every now and then. It made a difference to you having a young family with kids struggling to get ends to meet. It was like proverbial gravy.

**UP:** *Now you do it on a regular basis?*

**MdS:** Yes that is true. I have a column, it is called Sexy-math by the way, I do it every week, except once in a while I am crowded out. The Queen Mother dies, and that kind of thing, and a few weeks ago Obama visited Britain, and the papers were all worked up on something with Mrs Obama, and I got a holiday.

**UP:** *Do you have a back-log?*

**MdS:** Not really. I have to come up with something all the time on short notice, This is actually a bit stressful, but enjoyable too. Being in contact with journalists and the real world so to speak has taught me a lot of things, not only about writing.

**UP:** *So 'the Music of the Primes' was your first book. Do you like writing?*

**MdS:** Yes, this was my first serious full length effort. As I already noted people thought I was crazy to undertake something like this. As to writing, it has not come naturally to me, not like acting. My old English teacher at school probably would be aghast would he find out that I was writing books. But really my contacts with journalists have put fizz into my prose, taught me how to jazz it up. When I first sent in some sample it came back to me with comments to the effect that I put all the good things at the back, they should come up in the front, whack the reader over the head and grab his interest. And then of course they taught me the value of excision. A mathematician normally puts into much detail, the secret is, as I have noted above, to leave things out. To be unsentimental. Kill your darlings as the saying goes. It cannot be emphasized too much.

**UP:** *Asking you in your capacity as an actor, what do you actually prefer, talking to a live, vibrant audience, as here today, or to appear on TV?*

**MdS:** Of course it is always exciting to have a live audience in front of you, but even then, the well-known trick is to single out that one face in the crowd and address it. In a way you can do the same when on TV, imagine that one face in the audience to which you are speaking. And then of course TV is so much more efficient, you literally reach millions of people. I could not do that by lecturing. Simple arithmetic informs us. Let us say I give talks to 200 school-children a day, every day. It would take decades before I reach the same volume. Nowadays I simply have to say no to most of those

requests on my time. It simple does not pay so to speak.

**UP:** *In a sense appearing on TV is the ultimate accolade. Now the medium is not as public as it used to be, and the modern development of web-movies on the internet tend to individualize the medium to the privacy of a book. In the old days there was only one TV-channel in Sweden, so everybody watched the same programs, and could talk about it as they could about the weather. It made it very public and social and also canonical with the hidden assumption that what was on TV was important. In many ways it was the same with schools, a common curriculum a common frame of reference. Now there are many channels, and also the old unity of the school curriculum seems to start to fragmentize, yet much of the old authority and the social sense remain. Thus I believe that your colleagues tend to be impressed by your appearance on the TV, for you to share, if only in a minor way (so far?) the celebrity status of politicians, pop-stars and others who appear daily in the common public consciousness. Do you get a kick out of it?*

**MdS:** Impressed yes, but also many of my colleague are a bit resentful as well, as I have already indicated, but I can understand that too. Whether I get a kick out of it or not is a somewhat leading, and hence a potentially misleading question, implying that I am only in it for my own personal advancement and by focusing on a rather peripheral issue, after all the bottom line is my desire to communicate mathematics, the things I love, once that would be gone, the whole thing would just be an empty spectacle. True, as I have said many times before, I love to act, so at least I am not uncomfortable with the situation of being in the limelight. Also my work with the media has opened a new world to me coming from the proverbial Ivory Tower, the world of real life so to speak.

**UP:** *But is the media world more of a real world than academics after all? Is it not a very artificial life, in fact much more artificial than academic life?*

**MdS:** It is a matter of perspective. If you take a Platonic perspective on mathematics, as we mathematicians are wont to do, all that media show dwindles to nothing. But so would we mathematicians as well! Mathematics is also a social world, and being human social beings, this is very important to us, without it we would not function. There would be no mathematics manifested at all. But the mathematical social world is a very small one, in fact smaller than many religious sects. Being inside it, this is something we do not realize the full import of. Numbers make a difference, as we as mathematicians if any should appreciate. Through the media I have come in contact with a much larger social world, and of course it is in this meaning I refer to the real world. The real social world involves six billion people, the mathematical one, at the very most sixty thousand people. This does not even make up a big town, let alone a city. Of course mathematics is way out of importance given the size of the social world that supports it. This

is something we should be proud of, we are after all doing important things, and that should be known not only to us, but if you think of it, also to us as well.

**UP:** *So you are excited about it! I mean getting involved with the media.*

**MdS:** Have I ever denied it? And of course one thing leads to another. Now I am involved in a series with a stand-up comedian - Alan Davis, by the way, I doubt you have heard of him, but he is very popular in Britain and he draws audiences in the millions. I am getting a free ride so to speak, but surely it is gratifying to be able to put mathematics on the mental map of millions of viewers. And then I have been invited to participate in other media events, which seemingly have nothing to do with mathematics, e.g. I have been asked to join some programs on consciousness.

**UP:** *What goes on in making a program such as that BBC production - 'History of Mathematics' that has recently been showed on a rather obscure public service channel in Sweden.*

**MdS:** Sorry, 'Story of Mathematics', this is important. We really wanted to stress the narrative character of mathematics. It makes up an exciting story, and stories, unlike History, is something we all can relate to in a very fundamental way. Actually in spite of what you may think, the production of this series of four one hour episodes, was very cheap. What would you guess?

**UP:** *I do not know. I have not the faintest.*

**MdS:** Come on! You can do better than that. You are a clever guy.

**UP:** *Of course no matter what, it is going to involve a non-trivial sum from the perspective of a mere mathematician, Not something you could cough up yourself, even if you sold your house and won a minor lottery. There you were traveling all around the world with a staff, no doubt staying at comfortable hotels, eating three times a day. The sum, no matter what, is going to be outrageous I am sure. Any outrageous sum would do as a guess. What about two million pounds?*

**MdS:** You are way off. It actually cost just over half a million.

**UP:** *In my world this is an outrageous sum*

**MdS:** The problem with you my friend is that you do not live in the real world

**UP:** *I would love to live in the real world.*

**MdS:** Actually contrary to what you might think, the staff involved is pared down to the minimum. There is me of course, the proverbial tip of the iceberg playing this David Attenborough kind of fellow, then there is the combined cameraman and sound technician. It did not use to be like that, but now one man, or woman, is enough. (This has actually put a lot of sound technicians into unemployment by the way, we even had one of those guys attack us almost physically once we were shooting.) Then there is a director and a researcher. But that is it. Then of course whenever we are



in exotic locale we need a local fixer who knows the language and his or her way around, including, how should I put it, the means of lubrication.

**UP:** *What does the director do? Tell you where to stand and what to do? Could you not get rid of him, and the researcher too? That surely would half the costs.*

**MdS:** This is indeed an interesting idea, I am sure that the BBC would love to get in touch with you, you could really help them out. But come on, how do you think things work? You need a script and I and the director, with inputs from the researcher, let things bounce back and forth. And not only prior to setting off, but also on location. You need to be flexible, there are many last minute adjustments to be made. You can never predict things fully. How did you think that Daniel Bernoulli and Leonard Euler showed up in the flesh at that restaurant in Basel? It is teamwork, I could not have done it myself. No way. There are simply too many practical things to consider. I provide the mathematical expertise, but there is much more than mathematical expertise to life, at least in the real world.

**UP:** *How long does it take to do a series like that? Not more than a few weeks I would guess. You have to get from A to B, but I am sure you have planned this out beforehand in a more or less the most time-efficient way. You touch down, do some shooting, and then you get the hell out of there. After all even Phileas Phogg managed to travel around the world in eighty days.*

**MdS:** You are kidding. A few weeks. Every single one of those episodes took three months to make. True that includes preliminary work, but still. In toto twelve months were taken out of my life. But you are right about the stress. It certainly felt like that. In and out. In fact I was actually hospitalized a few times because of the stress I had to endure.

**UP:** *Twelve months! But was it really worth it? Considering the meagre amount of information you are able to convey through TV as well as ...*

**MdS:** ... the gross over-simplifications you were going to say. What did you think of the series, you saw some episodes at least?

**UP:** *Do you want my honest opinion?*

**MdS:** I want your honest opinion. Within bounds of course, I do not want to OD on it.

**UP:** *I thought the first two episodes were so-so, but I found in spite of myself that I enjoyed the third episode a lot.*

**MdS:** 'In spite of yourself'. You are generous, I appreciate that.

**UP:** *Then I thought that the fourth was a little of a let-down compared to the previous. There was a little too much emphasis on logic and foundations of mathematics to give a really fair picture of mathematics of the 20th century. On the other hand I agree though that the foundational stuff is rather easy to convey, as it is not so technical after all, and enables you to get real ideas across. This is why I think that you did a criminal thing. First you were talking about Cantor and an infinity and infinities...*

**MdS:** What is criminal about that?

**UP:** *Let me continue! Then you set up this putative 1-1 correspondence between the integers and the reals, decimal expansions as you call them, and that is fine with me, and then you omit the punch line - the diagonal principle! If ever there was a snappy punch line in mathematics. It would just have taken a split second. You even went through the trouble of showing the 1-1 correspondence with the fractions as part of the build-up. It is like giving a lengthy joke and then walking off before giving the last line. Building up all this expectation and tension. I find this inexcusable.*

**MdS:** I must admit that I totally agree with you. In fact the punch line was in there in the original version. You can see from the graphic that it was meant to be there. But somehow in the final cut, the punch line got dropped. It was very frustrating. But making these programmes involves dealing with the frustrations that sometimes you can't put everything you want in. As mathematicians the details are important. You can't miss out a step. TV is a different beast. You have to cope with the fact that it can't say everything you want to. So I get a bit frustrated with all that nit-picking from the mathematicians. The point is that I did it. I actually managed to get the whole thing off the ground and up into the air. No mere existence proof waving your hands, but actually doing the honest toil, constructing the damn thing.

**UP:** *(sheepishly) I just wanted to be provocative.*

**MdS:** I know that you mean well and are just trying to do your job. But please indulge me when I at times express my frustration at the lack of empathy I find among mathematicians in general. They are, as somebody said, an arrogant and timid bunch, the worst combination there is in terms of effective communication. My point is that not only did I do it, and the fact that it was I who did it is of little importance, but that it was done. We have achieved a foot-hold, things can develop from now on, slowly, slowly, and in the real world mind you, ideas diffuse slowly but in the end surely. Nowadays people can speak about prime numbers and expect to be understood, even non-mathematicians do it casually, I could tell you about this conversation I overheard in a pub the other day.

**UP:** *But surely there is a difference between what you can achieve in a book compared to what you can do on TV. In a book you can expect, even demand a longer attention span on the part of the reader, and get across much more material and not cheat as much.*

**MdS:** I am not out to write text-books. There are enough of those as it is. Few people bring a text-book to the beach. My books are written to be enjoyed at the beach. And I resent your suggestion that I cheat. I do not cheat. I do not necessarily tell the whole story, and we have been through this before, but I do not cheat. I want mathematics to come alive, and I spend a lot of time depicting the emotions mathematics can generate in mathematicians, but I always make sure that in everything I write there is

a whiff of the real thing. My books may contain gossip, and there is nothing wrong with gossip, but they also always contains real mathematics.

**UP:** *What I mean is that many popular books are written top-down. You take a subject in mathematics and strip it of technicalities, hoping that what is left should be comprehensible. Often it will be equally incomprehensible to layman and expert alike. What I want is a bottom-up approach, where you so to speak address the child within you, reconstruct the subject from scratch...*

**MdS:** This all sounds excellent, but I would like to warn against making such a clear distinction as you seem to make. It is all good with the bottom-up approach as you term it, but there is always a danger of becoming too rigidly didactic, as I just noted, we are not in the business of writing textbooks. There is no systematic way of writing popular mathematics, there are no general rules, in fact I doubt that the skill can be formalized in any systematic way and taught, you just do it. Sometimes the bottom-up method is appropriate, but often it is not feasible. You have to buckle down and simplify, replace complicated notions by metaphors. This is how it is done in other subjects, and that seems universally accepted, why not in mathematics?

**UP:** *What I really mean is that writing popular mathematics is not a one-way street. It is not necessarily reductive, a matter of selective oblivion; but on the contrary it is a way for a mathematician to revive his own interest in mathematics, to think of things in entirely new ways, to temporarily forget accumulated knowledge and look at things afresh. This does not mean that your knowledge and expertise is superfluous, on the contrary it emerges when it is needed, rather than imposing itself between you and the subject. In my own modest efforts to write in a popular way I have actually occasionally discovered new things. In short popular writing does not have to be so different from doing research, you can bring the same kind of ingenuity and creativity to it. In fact it can even give a boost to your own research. Also if you want to learn a new subject, what is better than to write a book on it, or at least try to explain it to somebody?*

**MdS:** This is very true, and very important. I agree completely that popular writing is not a one-way street, it is something you do because you cannot help yourself. It should not be done as a duty but out of an inner need. This is partly why I am so dubious about courses on scientific writing and such things. It is not a skill that you can learn, you just do it. And of course in doing it, you will invariable hone your skills. But the important thing is that you want to do it, in the same way you want to do research. The same kind of curiosity should be at work. Then one should not forget that popularization can be exercised at very different levels. So far in our discussion we have been mostly concerned with the 'low-brow' one, but there is also a 'high-brow', directed to the intelligent layman, whom you seem to have in mind, people like yourself. The New Scientist is eager

for sophisticated articles on mathematics intended for other scientists. You could have formulas, and no one would raise an eye-brow. It is demanding and maybe even intimidating in the way writing for the low-brows is not, but there is a large demand for it, so mathematicians that turn their noses down on the simpler kind of writing but who are yet eager to reach out beyond their narrow circles have no real excuse not to do so.

**UP:** *You referred to the beach. People bring sudokus to the beach. The passion of the public for sudokus has always puzzled me. It seems to involve all the bad parts of mathematics, and almost nothing of the good. There must be an untapped potential for technical, computational reasoning. Poincaré noted how good people were at games and expressed surprise that they could not transfer those skills to mathematics.*

**MdS:** Yes mathematicians disown sudokus in general. I, on the other hand, wouldn't be so hard on sudokus. I think they give people the same sort of buzz as we get doing our research. That aha moment when you suddenly get that the 3 has to go in the lower left hand corner is a micro version of the rush of adrenaline that we get when we crack a conjecture we've been working on for years. I think sudokus also help illustrate that maths is more than just arithmetic. It always makes me laugh when a newspaper has a rider on the sudoku that you don't need to know any maths to do this puzzle. What they mean is they don't need any arithmetic.

**UP:** *You could of course ask purely mathematical questions about Sudokus, just as you can about chess, and being an expert player would not really give you an edge.*

**MdS:** That is interesting. Maybe we should start teach sudokus at school, make it part of the curriculum, that would surely kill interest. This reminds me of the teaching of mathematics. In Britain we teach English and English literature separately. The first subject is the boring one to make you learn grammar and spelling, while in the second you could have real fun. My son is taking Richard III. Why not do this in mathematics...

**UP:** *To have a subject called counting or arithmetic....*

**MdS:** Exactly. And in mathematics you would learn some elementary number theory and topology, symmetry and some simple groups....

**UP:** *Yes, that seems very interesting. I would like to explore that further but I see that you are looking fidgety. You have another obligation, I know, so I will be trying to round it all off. I have briefly referred to your 'the Music of the Primes' but you have written other books too, such as 'In Search of Moonshine' are you working on something currently?*

**MdS:** In my book on Moonshine I wanted to give people a real sense of what it is to do mathematics. You are always asked this question and you always tend to give the same answer to the effect of proving theorems. Proving theorems so what, will be the invariable response. I wanted something more tangible, so I simply kept a diary starting on the day I turned forty, an age at which you as a mathematician are supposed to be over the

hill. For one thing it is too late to get a Fields medal. I think this is wrong, you are never too old to become a mathematician, or at least not too old to do mathematics. This notion of mathematics being a young mens game is not only 'ageist' but sexist as well. I put the blame on Hardy who wrote many questionable things in his wonderful book, things with which I strongly disagree.

**UP:** *You do refer to Hardy's book many times in your 'the Music of the Primes'. The impact of this rather short, I would almost be tempted to write slight book is really remarkable. It made an impression on me when I read it as a teenager, it must likewise have struck similar chords in many other readers.*

**MdS:** It is beautifully written, and for better and for worse he has defined what it is to be a pure mathematician.

**UP:** *Hardy supposedly expressed a desire to have become a journalist had he not chosen to become a mathematician. In his book he is very concerned with beauty in mathematics, although in his mathematics he was very technical and not concerned with elegance at all.*

**MdS:** Yes, it is ironic.

**UP:** *I am surprised that with his love of writing he did not write anything else than this book outside his professional writing. At least I do not know of anything.*

**MdS:** He did. There are some articles. Beautiful stuff. But let us get back to my present book, in this I involve my son and his reaction to mathematics. He will resent it of course as I have frozen him into a nine-year old, although he is thirteen by now.

**UP:** *So he will become some kind of Christopher Robin as in Winnie-the-Pooh?*

**MdS:** I hope not. He had a miserable life. I have had enough. I must be running off as I want to watch Arsenal play tonight. It has been fun chatting with you, and I trust that you will write it all up. But mind you, do not make things up, do not keep all the good lines for yourself.

## Intervju med Johan Lithner<sup>1</sup>

*Ulf Persson och Johan Lithner*

**Ulf Persson** *Du är kritisk mot den svenska matematikundervisningens utformning. Hur stort ansvar har pedagoger och didaktiker i denna, eller är det en fråga om en konservativ tradition, eller kanske snarare en degenerering av denna?*

**Johan Lithner** Två av matematikdidaktikens huvudresultat är (tyvärr):

- Lärande i matematik (det gäller säkert även andra ämnen) är oerhört komplext, mycket mer komplext än vad man trodde för några tiotal år sedan.
- När det gäller undervisning och lärande, och i synnerhet hur undervisning påverkar lärande, är det mycket mer som vi inte vet än vad vi vet.

Detta betyder att det är svårt att med någon precision säga vem som bär ansvaret för matematikutbildningens framgångar och motgångar. Dessutom är nog grupper som pedagoger, didaktiker, matematiker, etc. inte särskilt homogena och de ingående personerna kan ha mycket olika kunskaper, åsikter och roller vad gäller utbildningen. Det verkar rimligt att många aktörer på olika sätt påverkat utformningen och att traditionen är inflytelserik. Däremot ser jag inga tydliga tecken på en degenerering av själva utbildningen, även om många på olika sätt framför denna åsikt. Det är t.ex. inte omöjligt att huvudorsaken till att svenska elevers prestationer sjunkit (relativt andra) beror på förändrade samhällsattityder, och inte på förändringar i utbildningen. Men jag vet inte.

Jag är inte kritisk till den svenska matematikundervisningens utformning i meningen att vi som lärare, läromedelförfattare, lärarutbildare, elever eller andra gör ett dåligt jobb. Däremot ser jag att vi på alla nivåer, från grundskola till universitet, ofta inte lyckas erbjuda en undervisning som på ett bra sätt hjälper elever och studenter att nå målen. Men det verkar snarast bero på att det är svårt och att vi har långt kvar innan vi kan skapa riktigt bra undervisningsmiljöer. Det enda jag egentligen är kritisk till är att de svenska styrdokumenterna är så kortfattade och otydliga att de vare sig är styrande eller vägledande när det gäller de så kallade kompetensmålen: Vad innebär det att eleverna ska lära sig lösa problem, resonera, förstå, kommunicera, etc.? Det finns idag en ganska stor enighet, som är delvis forskningsbaserad, om att det viktigt att tydliggöra detta om vi ska kunna utveckla matematikutbildningen vidare. Jag menar att det gäller grundskola, gymnasium och universitet.

**UP:** *Kan jag få försöka förtydliga vad du tycks mena. Det är inte så att lärare, elever och andra inom utbildningen gör ett dåligt jobb, det är*

---

<sup>1</sup>Föreståndare för Umeå Forskningscentrum för Matematikdidaktik [www.ufm.org.umu.se](http://www.ufm.org.umu.se) Dessutom styrelseledamot för det nyinrättade Umeå School of Education [www.use.umu.se](http://www.use.umu.se), och ordförande för dess forskningskommitté, där bland annat en stor forskningssatsning på 150 000 000 skall initieras

*helt enkelt det att vi inte förmår att erbjuda en undervisning som hjälper eleverna att nå målen. Vi måste omformulera målen, och därefter anpassa undervisningen efter dessa. Följdaktligen går mycket av didaktisk forskning ut på att precisera kompetensmålen. Är detta en någorlunda rättvisande sammanfattning?*

**JL:** Jag håller med om sammanfattningen men skulle nog istället för att omformulera målen säga att vi behöver komplettera och vidareutveckla dem. Och kanske inte att mycket av didaktisk forskning går ut på att precisera kompetensmålen men att den didaktiska forskningen har bildat grund för att precisera kompetensmålen och påvisa deras vikt.

**UP:** *Men detta att precisera kompetensmålen, är inte detta vad du själv sysslar med?*

**JL:** Kanske inte direkt, men för närvarande leder jag två forskningsprojekt. Det ena är finansierat av Vetenskapsrådet och genomförs av en grupp med 7 matematikdidaktiker. Vi studerar hur målen i skolans matematikkurspan implementeras i undervisningen, och beaktar särskilt påverkan från de nationella matematikproven. I anslutning till detta projekt deltar vi som experter i en av Skolinspektionens granskningar av matematikundervisningen, vilket är mycket lärorikt.

**UP:** *När det gäller de huvudresultat du hänvisar till finner jag dem vara på en ganska hög metanivå och något av en kategorisammanblandning. Gäller inte detta för alla vetenskaper att det vi vet är mycket mindre än vad vi inte vet? Inom matematiken har matematiker under 150 år försökt bevisa Riemannhypotesen utan framgång. Skall man se denna brist på framgång som ett matematiskt resultat, nämligen det att det är mycket svårt att bevisa satsen? Att lärandet i matematik är komplext är väl mera av en trosföreställning som kan utgöra en stimulans och utmaning, men knappast ett resultat?*

**JL:** Jag nämner resultat på metanivå av två skäl: i) De mer direkta resultaten är sällan enkla att beskriva kortfattat, t.ex. är ett mer specifikt huvudresultat att för att bli en god problemlösare så räcker det inte med att man lär sig baskunskaper och drillar rutinuppgifter, utan man måste även behärska mer generella problemlösningsstrategier, kunna reflektera över sitt eget resonemang och ha en konstruktiv inställning till matematikuppgifter. Men detta verkar närmast trivialt om man inte beskriver varför och på vilket sätt det gäller. ii) Huvudresultaten i ett så brett fält som matematikdidaktik blir ofta på en slags metanivå. För den som vill få en bättre insikt i matematikdidaktikens resultat rekommenderar jag den 1300-sidiga volym (*Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 2007) som sammanfattar stora delar av det matematikdidaktiska forskningsläget.

Jag menar att "matematiklärande är komplext" är ett resultat som i stor utsträckning utmanar tidigare uppfattningar om att det är enkla principer som ligger bakom matematiklärande (vilket inte är samma sak som att det är lätt att lära matematik).

**UP:** *(Matematik)undervisningen har många komponenter. De två mest*

*direkta som en elev kommer i kontakt med är läroboken och läraren. På ett något högre plan har vi kursplaner och (nationella) prov. Och sedan har vi komponenter som ligger utanför skolans kontroll som elevens egna strategier och vad som förr brukades benämnas fallenhet. Ser du några andra viktiga komponenter?*

**JL:** En annan viktig komponent är nog lärarutbildningen. Dessutom påverkas elevernas lärande av många andra faktorer. Inte minst de rådande samhällsattityderna, t.ex. så verkar det rimligt att ungdomars inställning till yrken med matematikintensiv grund påverkar deras inställning till lärande. T.ex. verkar det som om ett yrke som civilingenjör var betydligt mer attraktivt för 20 år sedan.

Jag tror för övrigt inte att elevernas strategier (beroende på vad man egentligen menar med det) ligger utanför skolans inflytande.

**UP:** *Hur stor betydelse tillskriver du läraren, speciellt lärarens självständighet framför när det gäller läroboken?*

**JL:** Lärarens roll är klart viktig, även om jag misstänker att den ofta överdrivs. De undersökningar jag sett som kommer fram till att läraren är den överlägset viktigaste faktorn baseras på att man frågar elever vad de anser är viktigast, men det är inte säkert att eleverna har tillräckliga insikter i vad som påverkar lärande för att svara något annat än det som verkar uppenbart. Jag tror att läroboksuppgifternas vikt ibland undervärderas, mitt enkla argument är att de flesta elever och studenter ägnar 50-100% av sin matematikstudietid med läroboksuppgifter.

Läraren kan inte överlåta ansvaret för undervisningen till läroboken, det är inte läromedelsförfattaren utan läraren (inklusive skollädares/motsvarande) som är ansvarig för undervisningen.

**UP:** *Lärarens duglighet brukar, enligt min mening något naivt, delas upp i ämneskunskap och pedagogisk skicklighet. Kan man verkligen särskilja dessa? Är inte den pedagogiska förmågan grundad på lärarens kunskap, och i fallet matematik, även intresse och fallenhet? Speciellt att man inte kan tala om någon universiell pedagogisk skicklighet, en uppfattning som tycks ligga till grunden för den nya lärarutbildningen.*

**JL:** Jag tycker man kan se det som att det finns en allmän pedagogisk skicklighet/kunskap på liknande sätt som det finns en ämneskunskap och att dessa kan ses som teoretiskt åtskilda. Men i relation till undervisningspraktiken verkar det rimligast att se dessa som samverkande. Denna samverkan kan man se som ämnesdidaktikens arena. Men man kan se detta på olika sätt.

**UP:** *Lärarutbildningen skall vila på beprövad erfarenhet och vetenskaplighet. (Och man antar att detta främst syftar på den pedagogiska utbildningen, det vore absurt att behöva påpeka detta för ämnesutbildningen.) Den förra syftar uppenbarligen på tradition, den senare på den didaktiska vetenskapen. Hur ser du på denna? Som en ren vetenskap eller som en tillämpad vetenskap, vars berättigande ligger i dess direkta relevans till undervis-*



ningen?

**JL:** Jag ser inte varför utgångspunkten beprövad erfarenhet och vetenskap är oproblematiska för vare sig ämnesutbildningen eller den pedagogiska utbildningen. Den beprövade erfarenheten ser jag inte som samma sak som tradition. Den förra bör vara erfarenheter som är beprövade i meningen att de är någorlunda systematiskt värderade och dokumenterade. Jag ser den didaktiska vetenskapen som bedrivs som i huvudsak tillämpad, men en del av den är teoretisk i meningen att teorierna sammanfattar och strukturerar våra insikter. Vilket i sin tur leder till att insikterna blir mer användbara i praktiken. Jag tycker nog att alla vetenskaper blir mer intressanta om det (direkt eller på lång sikt) finns någon nytta med resultaten. Men tillämpbarhet är inte det enda relevanskriteriet.

**UP:** *Vad för andra aspekter än tillämpningar på matematilärandet har du i åtanke?*

**JL:** Jag är lite osäker på hur jag ska tolka din fråga. Som jag ser det är huvuduppgiften för all matematikdidaktisk forskning att stödja undervisning och lärande i matematik, och att detta fungerar väl är av vikt för både individen och samhället. Medan en del forskning kan leda till direkta tillämpningar (t.ex. hur man konstruerar en fråga i ett prov) kan annan leda till tillämpningar på sikt (t.ex. formulering av en teori som kan strukturera ett forskningsområde). En del forskning leder till tillämpningar som indirekt påverkar lärande (t.ex. via bättre styrdokument eller lärarutbildning).

**UP:** *När det gäller didaktisk forskning upplever man den som mest fokuserad på lärarens gärning i klassrummet. Hur står det till med didaktisk forskning som inriktar sig på läromedel och kursplaner? Finns det någon sådan överhuvudtaget, och har den haft någon direkt inverkan?*

**JL:** En hel del av forskningen är inriktad på lärarens gärning, vilket är rimligt eftersom den ämnesdidaktiska forskningen ofta är praxisorienterad. Men jag skulle inte säga att den är i huvudsak fokuserad på läraren. Det finns en hel del forskning på läromedel och kursplaner, men även på andra aspekter som bedömning, lärarutbildning, och inte minst elevernas prestationer och aktiviteter i och utanför klassrummet. Det är svårt att säga vilken inverkan som är direkt och inte. Det finns en utbredd uppfattning om att ämnesdidaktisk forskning måste vara direkt tillämpbar i meningen att varje resultat ska direkt kunna leda till en förändring i undervisningen. Det är lite märkligt att detta krav ska ställas på ämnesdidaktisk forskning när det inte ställs på annan forskning. Inom t.ex. medicin (som också till stor del är praxisrelaterad forskning) går det ofta många år mellan en insikt till ett behandlingsexperiment och ytterligare många år av utvecklingsarbete innan man når en användbar behandling. Då ska man även beakta att det satsas inom medicin (och andra områden) enorma resurser på utvecklingsarbete som kan göra forskningsresultaten användbara. Inom utbildningsvetenskap satsas det noll på forskningsbaserat utvecklingsarbete.

Ett exempel på mer övergripande nivå där forskningen lett till resultat

är det jag nämnde ovan, klargörande av vikt, roll och karaktär hos kompetensmålen. Vilket i sin tur lett till utveckling av undervisning som ger (även med statistiska mått) bättre resultat. Ett annat är insikten av att den formativa bedömningen (en bedömning som direkt påverkar undervisningen av en enskild elev) är en av undervisningsmetoderna som ger bättre resultat.

**UP:** *Så återigen kan jag komma med ett förtydligande och anknyta som du gör till en tidigare fråga. Ett centralt resultat av didaktisk forskning är att klargöra vikten, rollen och karaktären hos de kompetensmål man bör sätta upp. Betyder detta att man nu har betydligt bättre och relevantare kompetensmål än tidigare?*

**JL:** Ja, jag menar att man har betydligt bättre sätt att beskriva målen än tidigare (se t.ex. [www.nctm.org/standards](http://www.nctm.org/standards)). De fångar bättre vad vi vill uppnå och de är tydligare och mer konstruktiva. Men det bör påpekas att kompetensmålsbeskrivningarna (inklusive både utformningen och den vikt som läggs vid dem) är inte särskilt kontroversiella inom den matematikdidaktiska forskningssfären, men de kan ibland vara kontroversiella bland andra grupper.

**UP:** *Du tar upp medicinen och även jag finner detta utgöra en belysande jämförelse. Frågan om människans hälsa är oerhört komplex, vi vet betydligt mindre än vi skulle vilja, och vi är lika långt ifrån den lekamliga odödligheten som vi var på stenåldern. Mycket av medicinsk forskning är metodologiskt suspekt, och som du mycket riktigt påpekar kan det ta årtusent mellan medicinsk grundforskning och klinisk relevans, i den mån den senare kommer till stånd. Dock har läkarvetenskapen nått vissa konkreta resultat som har räddat många liv. Vad finner man för mostvarigheter i didaktiken till såg vaccinering eller insulinbehandling?*

**JL:** Jämförelsen med medicin kan användas i vissa fall men det är svårt att göra en direkt jämförelse av resultaten. Dessutom påverkas det av att medicin har hunnit längre samt att studieobjekten är till stora delar olika. Medicin studerar i stor utsträckning naturvetenskapliga (fr.a. biologiska) fenomen medan matematikdidaktiken studerar mänskligt tänkande och sociala fenomen. Det finns inga resultat som motsvarar vaccinering. Det närmaste jag kommer att tänka på är det jag nämner om formativ bedömning ovan.

**UP:** *Läraryrket har ofta setts som ett kall och pedagogisk skicklighet som en konst. Den framstående amerikanske pedagogen John Dewey beklagade detta faktum och efterlyste en pedagogisk vetenskap vars landvinningar, såsom all annan vetenskaps, skulle kunna överföras från en generation till en annan, utan att den senare skulle behöva uppfinna hjulet på nytt. Uppenbarligen beror en lärars pedagogiska framgång på många faktorer, som personlig karisma, som kan vara hart när omöjliga att skapa genom lärarutbildning. Hur viktiga anser du dessa faktorer egentligen vara?*

**JL:** Jag tror att även de personliga egenskaper som är svåra att påverka via lärarutbildning är viktiga. Ett enkelt argument är att det finns enormt

duktiga lärare som aldrig genomgått lärarutbildning. Men jag är samtidigt helt övertygad om att ökade kunskaper om det som är centralt för ett yrke ökar möjligheterna att man blir skicklig i yrket. Och det gäller även för läraryrket.

**UP:** *I modern pedagogik nedtonas något ironiskt lärarens pedagogiska roll. Att hävda att en lärare förmedlar kunskap anses vara ett synsett baserat på en förlegat auktoritär uppfattning, utan istället är det eleven som söker sin egen kunskap, och en lärares roll är snarare handledarens som kan i förekommande fall bistå. I mångt och mycket är väl detta en mycket traditionell uppfattning. Lärandet är ett stort mysterium och det mänskliga tänkandet och dess kreativitet kan inte ses som ett förutsägbart output givet ett bestämt input. Hur förhåller du dig till begreppet förmedling av kunskap?*

**JL:** Jag tycker inte att man kan säga generellt att lärarens pedagogiska roll nedtonas i modern pedagogik. Dels så är "modern pedagogik" ett både heterogent och svagt definierat begrepp, dels så betonas lärarens roll i stora delar av det jag ser som modern pedagogik. Vad gäller frågan om man kan förmedla kunskap eller om eleverna ska söka den själv finns många uppfattningar och många vantolkningar av de idéer som förs fram. Enligt min uppfattning är det helt klart att man kan (och bör) förmedla kunskap. Jag har lärt mig Pythagoras sats av någon och jag kan hjälpa någon att lära sig den. Men det är inte hela bilden. Den rena förmedlingen av kunskap bör kompletteras, inte ersättas, med att eleverna själva får tänka och kan på så sätt skapa ny kunskap. T.ex. kan det ibland vara rimligt att eleverna själva listar ut hur man kan lösa enkla linjära ekvationer. Inte för att den kunskapen inte går att förmedla, utan för att det kan leda till att eleverna förstår ekvationer bättre samt att de blir bättre på problemlösning (jämfört med om de bara ska imitera av läraren/boken givna metoder, vilket är vanligast idag). Men inte heller detta innebär att läraren blir överflödig, tvärtom. Läraren måste skapa situationer där eleven kan skapa kunskap, t.ex. genom att i Polyas anda formulera lämpliga problem.

En annan aspekt är att överföringen av kunskap vare sig är direkt eller trivial, och eleven konstruerar mentalt sin egen uppfattning och förståelse av kunskapens komponenter. Detta brukar ibland övertolkas (eller vantolkas) till att man inte kan lära en elev någonting, eleven måste själv söka sin kunskap.

**UP:** *Låt oss dröja vid problemlösning, vilket du har ägnat dig åt med Polyas klassiska böcker som bas. Detta går ju något utöver skolmatematiksdidaktiken eftersom det rör kreativitet i allmänhet och hur möjligt det är att lära ut den. Kreativiteten, liksom många andra frukter av det mänskliga medvetandet (eller skall jag skriva det undermedvetna?) är något av ett mysterium. Många matematiker ställer sig ganska skeptisk till den ambition som bland annat Mogens Niss har formulerat, nämligen att förstå det matematiska tänkandet.*

**JL:** Jag uppfattar allt jag hittills läst av Mogens Niss som rimligt. Det

beror ju helt på vad man menar med att 'förstå' tänkandet. Jag gissar att vi aldrig kommer att förstå mänskligt tänkande fullt ut, men jag tror att vi kan lära oss mer om det.

**UP:** För många utomstående däremot kan ambitionen förefalla ganska rimlig, matematik är logik, ett disciplinerat följande av regler. Hur skall vi lösa Riemann hypotesen? Ta en kurs i problemlösning? Forska i hur man löser problem? Varje matematiker lär sig problemlösning på sitt eget individuella sätt, intuitivt och osystematiskt? Och få (Polya utgörandes ett av de få undantagen) bryr sig någonsin om att försöka explicit formulera sina strategier. Det är en stor skillnad mellan att få sig ett problem förelagt, som i en examination, och att verkligen vilja finna och förstå lösningen. I det första fallet är ett problem att förstå som en hinderbana, och det kan vara mycket värdefullt att i så fall förstå problemställarens intentioner och lära sig ett antal strategier att neutralisera dessa. Det är lite grand som ett shackparti (vilket pekar på väsenskillnaden mellan spel som schack och matematik, som annars i det allmänna medvetandet ter sig mycket snarlika). I det andra fallet är det inte längre en fråga om en personlig motståndare (i form av en examinerator) utan matematiken som sådan som fascinerar. Man är helt enkelt lockad av lösningen för dess egen skull och den insikt och förståelse en sådan ger en. Det är ju det som är underlaget för den matematiska motivationen, och brukar sammanfattas i begreppet nyfikenhet. (Vilket uppenbarligen har tillämpningar bortom matematiken, men kanske återfinnes i sin renaste form just i matematiken?) Man hör då och då talas om pedagogiska projekt på elementär universitetsnivå, som alla går ut på att inte lämna studenterna vind för våg (vilket ursprungligen var vitsen med universitetsstudier). Studenterna får mycket hjälp, konfronteras med gamla tentor och får en mycket klar uppfattning just om vad som förväntas av dem. Och är inte detta vad den genomsnittlige studenten vill veta? Vad kommer på tentan? Vad måste vi kunna? Inte för att denne inte skulle kunna gå utöver denna snäva ram, utan för det ingår i det sociala spelet. En tenta är ett hinder på vägen till en examen, och måste därmed på något sätt övervinnas. Det är knappast märkligt att dessa pedagogiska experiment visar sig framgångsrika (åtminstone statistiskt som du påpekar) speciellt som examinationen tenderar att strömlinjeformas i den 'dialog' som uppkommer. Men är det pedagogik? Återspeglar den någon djupare förståelse? (Dock kan man argumentera att studenterna tvingas till ett mera målinriktat och därmed lustfyllt arbetande och kanske lär de sig därmed åtminstone ett hantverk som kan komma dem till nytta senare. Detta kan vara ett exempel på något kontraintuitivt, precis som värdet av utantillärning i vissa situationer.)

**JL:** Jag har egentligen inte så mycket att tillägga utöver det jag redan skrivit. Jag tror att det finns stor potential att utveckla undervisningen ytterligare, och att det då kan vara värdefullt att på ett systematiskt sätt försöka förstå mer om hur undervisning och lärande i matematik går till och kan gå till (bl.a. via matematikdidaktisk forskning). Flera av de 'alter-

nativa' undervisningsformerna går ut på annat än att låta eleverna repetera gamla prov och tentor, och flera av dessa undervisningsformer kan eller verkar kunna leda till bra resultat.

Detta knyter an till mitt andra projekt, vilket är delfinansierat av Kempestiftelserna och genomförs i en för mig ny typ av spännande samverkan med psykologer och neurologer. Vi ska mer ingående studera hur olika undervisningsformer påverkar matematiklärandet. Vi fokuserar skillnaden mellan att lära sig via att själv upptäcka samband och idéer, jämfört med att någon annan talar om hur det är. Eftersom frågan om hur undervisning påverkar lärande är mycket komplex, så kommer vi att börja med att samla in data i avgränsade laboratoriesituationer.

Du tar upp hur en professionell matematiker lär sig. Jag vet inte, men möjligen kan det vara stor skillnad mellan hur en riktigt skicklig forskningsmatematiker och en genomsnittsstudent bäst lär. Jag tror att en bra genomförd undervisning är bra för genomsnittsstudenten. Men de allra skickligaste kanske lär sig ännu bättre av att i större utsträckning få ställa sina egna frågor och upptäcka nya insikter?

**UP:** *Jag håller med om att 'modern pedagogik' är ett mycket suspekt begrepp, dock används det ofta i politiska och pedagogiska debatter som ett mantra. Jag skulle i själva verket vilja hävda att många progressiva pedagogiska ideer kan spåras långt tillbaka i historien. Detta att de enskilda eleverna själva uppmanas att tänka och så att säga skapa sin egen kunskap, har inte detta alltid förekommit, är det inte något av en nidbild att framställa den gamla skolan som en ren pluggskola, även om jag inte vill förneka denna erfarenhet som många forna elever må ha upplevat.*

**JL:** Jag håller med. Och det är mycket i skoldebatten som används som ytliga mantra och som olika typer av sanningar som anses självklara. Jag skulle tro, utan att ha undersökt frågan närmare, att bara en mindre del av de påståenden som framförs i skoldebatten har en någorlunda stabil grund. Detta inkluderar att det görs många nidbilder av både äldre och nyare undervisningsformer. Jag hade för några år sedan förmånen att få vara med i en av Skolverkets nationella granskningar av matematikundervisningen och besökte bl.a. flera skolor i en kommun där man satsat på att lärarna fortbildat sig i olika undervisningsformer. Och jag såg verkligen flera olika undervisningsformer i en omfattning jag inte sett på annat håll (även om det naturligtvis förekommer). Lite förenklat kan man säga att jag såg traditionella undervisningsformer (vilket egentligen inte är ett väldefinierat begrepp) i versioner som fungerade bra och i versioner som fungerade dåligt. Och jag såg 'moderna' undervisningsformer (inte heller detta är väldefinierat) i versioner som fungerade bra och i versioner som fungerade dåligt. Slutsatsen är i det närmaste trivial: Undervisningsformen i sig garanterar inte bra eller dåligt utfall, den ger bara mer eller mindre bra förutsättningar för att göra olika saker. Men slutsatsen ter sig inte trivial i debatten, där man ofta är kategoriskt antingen för eller emot en undervisningsform.

Möjligen kan jag även våga mig på att formulera en följdslutsats: Man bör vara försiktig med att styra undervisningen via att bara tillåta vissa undervisningsformer (om man inte är helt säker på att andra inte är bra). Ett exempel, som gjorde mig både glad och ledsen, är den äldre lärare som i en mellanstadieklass bedrev vad som till den yttre formen kan beskrivas som mycket traditionell: 'katederundervisning' där läraren ledde en längre dialog med klassen och eleverna därefter räknade enskilt i läroboken. Det var en av de bästa dialoger jag någonsin sett, alla eleverna var engagerade och verkade förstå matematik som inte var trivial. Samtidigt beskrev läraren att han förstått att 'katederundervisning' inte gillades av skolledningen och att han egentligen borde gå över till någon annan undervisningsform. Men han var tack och lov envis och fortsatte med sitt sätt att undervisa eftersom han, som han sa, älskade att diskutera matematik med eleverna.

En svårighet med att implementera 'alternativa' undervisningsformer (vilka kan fungera mycket bra) är att de ofta kräver mer av både lärare och elever.

Jag vet inte om eleverna fick tänka själva i större eller mindre utsträckning förr. Det verkar inte finnas några undersökningar kring detta, och sådana är inte så lätta att genomföra eftersom det är så många faktorer som ändrats. Men jag menar att det är helt klart att eleverna (jag generaliserar, det finns många undantag) idag inte får tillräckligt bra möjligheter att utveckla sitt eget matematiska tänkande och förmågan att resonera.

**UP:** *De strategier (som det numera kallas) med vilka duktiga elever tar sig fram skiljer ju sig markant från de mera svagpresterande. Det ligger ju då nära till hands att tillskriva strategierna framgångarna och därmed försöka implementera dessa för alla. Men kan det inte vara tvärtom, strategierna är snarare ett symptom än en orsak, och försöken att överföra dem orsakar bara förvirring. (Jag tänker t.ex. på essäskrivning, många duktiga elever ägnar sig åt detta av eget initiativ, och det är en stor skillnad på att få någonting pådyvlat eller att göra det av egen fri vilja.) Speciellt betyder inte detta att det är en stor skillnad mellan undervisning av duktiga elever och mindre duktiga? Skulle du vilja kommentera detta?*

**JL:** Som jag nämnde i inledningen är det mycket som vi inte vet när det gäller hur undervisning påverkar lärande. Åtminstone verkar en del av de strategier som (med standardmässiga prov mätt) duktiga elever använder sig av till sin karaktär vara lika de som lågpresterande elever har. Men de skiljer sig i räckvidd och effektivitet. Ett exempel är att elever (och studenter) kan prestera högt genom att utan förståelse memorera fakta och algoritmiska procedurer, vilket är samma strategi som många lågpresterande använder sig av (inte nödvändigtvis via ett medvetet val). Samtidigt ser vi att andra högpresterande elever har en helt annan strategi, där man utifrån en förståelse av matematik och en utvecklad resonemangsförmåga kan nå långt.

Jag tror att vi måste vara ödmjuka inför vår svåra uppgift och speciellt

eftertänksamma när vi föreslår särskilda undervisningsmetoder för lågpresterande elever. Idag möter jag ofta föreställningen att lågpresterande elever inte kan resonera själva utan ska bara ägna sig åt att imitera algoritmiska uppgiftslösningsprocedurer (gärna ensam via ett trivialt datorprogram). Jag tror (delvis forskningsbaserat), men vet inte, att det vore bättre om även lågpresterande elever som ett komplement till de idag helt dominerande imitativa uppgifterna även fick möta uppgifter där de fick resonera själva. Men då måste vi införa enkla sådana uppgifter vilket saknas i de flesta läromedel jag sett.

**UP:** *Vetenskapens framsteg består ofta i att utmana den intuitiva uppfattningen. Om jag som matematiker skulle beskriva hur god matematisk undervisning skulle se ut, så skulle jag betona förståelsen och att eleverna finner det roligt och stimulerande. Jag skulle därmed utsätta dem för många svåra problem, liksom även uppmuntra till mycken övning. Jag misstänker att vad jag skriver knappast är kontroversiellt, att så gott som alla matematiker liksom de flesta didaktiker och pedagoger skulle skriva under på det.*

**JL:** Jag håller med.

**UP:** *Men det är uppenbarligen inte vetenskapligt baserat. Det är dels grundat på en ideell verklighetsuppfattning och en egen personlig erfarenhet (jag tyckte dock att den så kallade räkningen var det absolut tråkigaste i folkskolan), dels på tradition (värdet av övning, repetition, läxor). Vetenskapen i detta sammanhang skulle dels bidra med större precision, och dels även med att kanske hävda smått motbjudande insikter som att t.ex. utantillärandet är utmärkt (jag tar bara detta som ett hypotetiskt exempel. Dock inom språkinläring lär ren utantilläring vara mycket nyttig, och att det är beklagligt att den gamla traditionen att lära sig dikter utantill har försvunnit). Kan du ge exempel på hur man inom didaktiken har funnit obekväma och mot intuitionen stridande insikter?*

**JL:** Jag skulle kunna sticka ut hakan lite och tycka att den mest obekväma och mot (som det verkar) mångas intuition stridande insikten är att det finns inga enkla lösningar på matematikutbildningens stora frågor. Det verkar som om många tror det, vilket ofta leder oss fel. Ett av mina favoritcitat som jag ofta tänker på i relation till (den ibland trivialiserade) utbildningsdebatten är av Mark Twain: *Till varje svårt problem finns en enkel lösning som är helt fel.*

**UP:** *Återigen är detta ett ganska abstrakt meta-exempel. Vad jag är ute efter är mera konkreta aspekter i undervisningssituationer som kommit till uttryck i den utveckling av undervisningen som åtminstone gett statistiskt sätt bättre resultat som du har hänvisat till tidigare. Under åtskilliga decennier har t.ex. diskussionen böljat när det gäller räknedosors användning i skolan, speciellt i den inledande undervisningen. Många hävdar intuitivt att denna minskar den mentala färdigheten, andra hävdar på liknande grunder att räknedosor frigör mentala resurser. Givetvis finns inget enkelt svar, som du antyder, men på vilket sätt kan didaktiken belysa just denna prob-*

*ematik. I den praktiska undervisningen ställs läraren inför problemet, vad kan didaktiken ge i fråga om handfast vägledning?*

**JL:** Jag har svårt att komma på bra exempel på obekväma och mot intuitionen stridande resultat. De kan vara obekväma/överskattande för vissa men inte för andra. Ett möjligt exempel är det jag nämnde ovan, att om man ska bli en bra problemlösare så räcker det inte med att lära sig baskunskaper och drilla rutinuppgifter, vilket är det vanligaste inom stora delar av matematikutbildningen från grundskola till universitetets grundläggande kurser. Det resultatet kan ses som obekvämt av två skäl: 1) Det stämmer inte med den mer positiva bild som många har av undervisningen. 2) Om det stämmer så är stora delar av den vanligaste undervisningen inte bra (ur denna aspekt). Man måste dock notera att det jag beskriver är förenklat.

Vad gäller räknedosa eller modernare IT-hjälpmiddel så är resultaten av samma karaktär som beträffande undervisningsformer: Det går inte att säga om de är bra eller dåliga, det beror på hur de används.

**UP:** *Matematiska didaktiker och matematiker, trots interna motsättningar och ömsesidiga misstroende, kan däremot alltid finna en gemensam grund i att hävda matematikens värde i undervisningen. Sverker Lundin skrev ju i senaste numret av Utsicket om att matematiken är övervärderad i skolan. Skulle du vilja kommentera detta?*

**JL:** Jag har svårt att hålla med om påståendet. Däremot så anser jag att vi generellt (i skolan och högskolan) är alldeles för dåliga på att motivera varför elever och studenter ska ägna sig åt just den nuvarande matematiken. Jag tycker t.ex. att kursplanerna i matematik ska innehålla explicita motiveringar för varje ämnesområde. Vinsten skulle inte i första hand vara att elever blev mer övertygade om att matematik var bra, utan att motiveringarna skulle ge vägledning till vad vi ska fokusera och därmed hur vi ska konstruera undervisningen.

**UP:** *Problemen med matematikundervisningen är inte specifikt svenska utan delas av de flesta länder i västvärlden. Skall man därmed dra slutsatsen att dessa är främst av politisk art och inte didaktiskt- tekniska? Den relativa framgången i Finland brukar ju förklaras med att finnarna är relativt konservativa i sin undervisning och att de bedriver den som svenskarna gjorde fram till 60-talet?*

**JL:** Det finns många olika hypoteser om varför finländarna är så bra, och jag har sett flera som verkar rimliga men ingen som på mer stabil grund kan anses som avgörande.

**UP:** *En specifik politisk målsättning är ju sammanhållande klasser, utbildning åt alla, hög genomströmning. Detta är baserat dels på jämställdhetssidéer, dels på en uppfattning att ju högre utbildningsnivån hos befolkningen desto större ekonomisk produktivitet och välfärd. Finns det någon vetenskaplig underbyggnad för det senare? Och om inte är detta egentligen relevant?*

**JL:** Jag känner inte till om det finns någon vetenskaplig underbyggnad

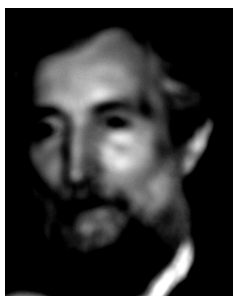


för påståendena. Men frågorna tycker jag ändå är högst relevanta. Och om vi inte har vetenskapliga insikter så måste vi ta till andra typer av underlag för att ta ställning, även ideologiska. Jag menar att utbildning åt alla (på rimliga sätt) är en grundläggande målsättning. Hög genomströmning är rimligt i meningen att både individen och samhället har bättre möjligheter att fungera bra om vi satsar på utbildning.

◇ ◇ ◇ ◇

## Conference on Mathematics, its foundations and philosophy in honor of Per Martin-Löf

*Seym Pound*



As a curious mathematician I sneaked in uninvited and I hope unnoticed at the recent meeting on the foundations of mathematics. It was an intense meeting, with no parallel sessions and hence few opportunities to skip talks (even if you were unnoticed on the whole), lasting from the early morning until late in the evening, presenting a wide variety of talks. It was also well-attended, with a total of over a hundred participants, exceeding the limit initially set by the organizers.

I would estimate that most people were either logicians or computer scientists, with a fair amount of regular philosophers thrown in. The mathematicians proper were in a minority to be counted in 'ppm', even if we include the Indian ambassador, a most enthusiastic and regular participant, whose chauffeured car was idling in the court-yard ready to take him back on a moments notice would would his diplomatic obligations in the capital so require.

As to the contents of the conference, there were the mathematical logicians who gave technical talks the type of which we mathematicians are very familiar with, but also the more philosophical ones whose contributions were more or less immediately accessible to the sympathetic mind. Among the more unexpected events we can note that performed by the big Finn Väänänen equipped with the physique and strength of a heavy-weight boxer, suddenly grabbing a chair with one hand and hoisting it up in the air asking rhetorically (I presume) 'What is this?'. One of Martin-Löfs students - Jan Smith from Chalmers, reminded the audience of his advisors very first publication, a statistical study of a particular bird, appearing when he was just sixteen<sup>2</sup>. The birthday boy himself held a key-note talk on the very last

---

<sup>2</sup>Incidentally the editor of the newsletter informs me that this story was relayed to beginning students of probability theory at Stockholm in 1969

day<sup>3</sup>, speaking about the epistemological and ontological aspects of logic, an approach given as the subtitle of the entire meeting.

At the concluding dinner (to which yours truly gained unauthorized success through a couple of no-shows) the man of honor delivered a brief CV. His first teacher was Ulf Grenander<sup>4</sup> who learning of his interest to visit the Sovietunion<sup>5</sup>, arranged for him to study with Kolmogorov in Moscow. Kolmogorov would have the most decisive mathematical influence on him, but nevertheless at the end of his stay his interest had started to drift away from probability theory. During the fall of 1965 he attended a seminar on logic led by Christer Lech<sup>6</sup> and from then on his involvement deepened and his Ph.D. thesis was written on logic<sup>7</sup>. During the year of 1968-69 he was invited by the philosopher of mathematics William Tait to Chicago, but apparently the deepest philosophical influence would be that of Michael Dummett<sup>8</sup> whom he would meet later in the 70's. His claim to fame (although he probably would not put it in those words) is obviously his type theory, the description of which was assumed to be generally known at the conference, and which was developed during the 70's and, I assume, ostensibly designed to have applications to computers<sup>9</sup>. But Martin-Löf's philosophical interest is much wider encompassing to a mathematician such controversial figures as Wittgenstein<sup>10</sup>.

---

<sup>3</sup>May 8, incidentally also his birthday

<sup>4</sup>Also mentioned in the piece on Michael Benedicks [red.anm.]

<sup>5</sup>Perhaps inspired by having learned Russian in his military service

<sup>6</sup>(1926-1987) a professor of commutative algebra at Stockholm whose interest gradually moved from ring-theory towards logic.

<sup>7</sup>'doktorsavhandling' according to the old system abolished in the early 70's.

<sup>8</sup>(1925-) a practising Catholic convert, known for his clarification of realist and anti-realist issues.

<sup>9</sup>many of his disciples are to be found among the computer scientists in Gothenburg

<sup>10</sup>During a discussion the mathematical competence of him was questioned. Certainly any mathematical reader of 'Tractatus' is struck by his superficial conception of mathematics.

## Vilken Matematik för Vem och Varför?

*Claes Johnson*

Sverker Lundin genomför i sin avhandling en sociologisk analys av skolans matematik och finner en avgrund mellan högstämnd retorik och praktisk realitet. Regeringen med skolminister Jan Björklund i spetsen satsar nu 525 friska miljoner för att avhjälpa att många lärare "kvackar" i matematik och därmed äntligen lösa problemet att lärare inte vet vad som skall läras ut, eller hur och varför, och att de flesta elever därför inte lär sig något. Inte kan man väl säga nej till en massa miljoner, för det måste väl vara väl satsade miljoner? Enligt Björklund skall dom användas till att avhjälpa vissa "systematiska fel" som skolan propagerat till många elever, som tex att  $51-49 = 18$  enligt kalkylen  $5-4=1$  och  $9-1=8$ . Lyssna på [?]. Samma lärarutbildning som lyckats med detta konststycke skall nu få ytterligare friska miljoner av oss skattebetalare. Vettigt?

Knappast enligt Lundins analys, som uppvisar en skolmatematik i ett kroniskt sjukdomstillstånd märkligen opåverkad av all medicinering och resurs-transfusion. Men matematik och svenska är ju skolans kärnämnen, som varje elev måste behärska för att platsa i det svenska samhället, enligt Matematik-delegationens (begravda men nu tydligen uppgrävda) utredning, och då är väl inga kostnader för stora? Man kan väl inte rimligen ifrågasätta matematik som ett kärnämne, som Lundin verkar göra? Något sådant måste väl uppfattas som "oerhört provocerande", som Sten Kaijser gör.

Låt oss söka ett svar, men inte genom ett självuppfyllande tautologiskt resonemang som säger att eftersom matematik är lika viktigt för alla medborgare som svenska, som ju är ett kärnämne, så måste också matematik vara ett kärnämne, utan genom ett experiment enligt naturvetenskapliga principer. Vi ber sålunda Jan Björklund lösa följande uppgifter, som varje medborgare rimligen förväntas kunna lösa, efter 12 år av matematikstudier:

1. Bevisa Pythagoras sats.
2. Härled räknereglerna för naturliga tal från Peanos axiom.
3. Vad blir räntan på 100 kr efter 1 år med kontinuerlig årlig ränta-på-ränta av storlek 5%?
4. Varför är  $(-1) \times (-1) = 1$ ?
5. Recitera valfria matematiska teorem under 10 minuter.

När vi avläser utfallet finner vi att Björklund endast vågar sig på lösning på uppgift 4 enligt följande: Eftersom -1 på en termometer ligger under 0, om man håller termometern som vanligt vertikalt, och om man vänder termometern uppochner så kommer -1 att ligga ovanför 0, vilket normalt motsvarar 1. VSB.

Efter en viss tvekan godkänner vi Björklunds lösning, eftersom det ligger något i resonemanget, men vi konstaterar att tyvärr uppfyller inte Björklund kraven för medborgarskap, i Sverige.

Vi utsätter nu Björklund för ett motsvarande test i svenska:

1. Vad menas med att “kvacka”?
2. Bevisa att folkpartiet är ett folkligt parti.
3. Motivera med minst 1000 ord varför matematik är ett kärnämne.
4. Vad menas med att inte misslyckas, med tex matematikstudier?
5. Recitera valfria nationalromantiska dikter under 10 minuter.

Det visar sig att Björklund galant klarar alla uppgifter, och enligt test i svenska platsar i Sverige, men inte enligt test i matematik.

Vad blir slutsatsen? Skall Björklund utvisas eller behöver matematik inte vara ett kärnämne, för alla? Tex för alla rikspolitiker?

Som läsaren kanske ser, är ovanstående en parafras på debattartikeln *Inte så himla viktigt med matte* (för alla), som på sin tid också var “oerhört provocerande”. Kort sagt: Matematik är basen för vårt IT-samhälle och det är avgörande för Sverige att det finns tillräckligt många med tillräckliga kunskaper för att kunna bära motsvarande ansvar, men alla i Sverige kan och behöver inte hålla på med detta, lika lite som alla behöver vara programmeringsexperten eller nyhetsankare.

Problemet med att kräva matematikkunskaper för medborgarskap är att man sätter ett lågt tak, för alla, och detta verkar man ha lyckats med. Om det nu är så himla viktigt med matte för alla, kan man inte tillåta att några får lära sig mer av detta så himla viktiga. Däremot, om man säger att det räcker att kunna lika mycket matte som Björklund, för vilket det inte alls krävs 12 år av studier, så kan man öppna för att några kan få lära sig mer, och sådana elever finns det faktiskt ganska gott om. Och för dessa elever behövs välutbildade lärare. För en utförlig presentation av mina argument, se [?].

Sammanfattningvis: Jag hoppas att några av Utskickets läsare kan se att analysen i Lundins avhandlingen är viktig och riktig, istället för att bara känna sig “oerhört provocerade”, utan att klargöra vad som är så provocerande. Inte är det väl att analysen är oriktig?

## References

- [1] <http://www.regeringen.se/sb/d/11612/a/121083>.
- [2] <http://knol.google.com/k/claes-johnson/my-book-of-knols/yvfu3xg7d7wt/57>

## Skolans matematik - en konspiratorisk överlevare?

*Lars Mouwitz*

I förra numret av utskicket finns en intressant artikel av Sverker Lundin och en kommenterande artikel av Sten Kaijser. I båda artiklarna hänvisas till Sverkers avhandling, som av Sten beskrivs som "oerhört provocerande för en matematiker". Även om jag inte är yrkesmatematiker, men möjligen filosof och matematikutbildare, så kan jag också finna att avhandlingen är provocerande, därför den text ni nu läser.

### *Ett välkommet bidrag*

Först vill jag framhäva att jag tycker att Sverker har gjort en uto-mordentligt fin insats. Det finns olika former av vetenskapande; det kan i metaforisk mening handla om att polera ett handtag, att rensa en rabatt, att räta ut en kurvig vägsträcka och liknande. Men andra forskare åstad-kommer synvänder, leker med perspektivförskjutningar, de tar med oss till nya utsiktspunkter som helt förvandlar landskapet man utforskar och säger: "Titta här!". Sverker tillhör definitivt den senare typen. Kanske inte alltid så bra formulerat, underbyggt och ängsligt peer-review-anpassat, men med minst lika stor effekt på vetenskapens samlade utveckling. Och han har också det intellektuella modet att genomföra det offentligt i en disputation. All heder för detta tilltag. Låt oss glädjas över att ha fått tillträde till dessa utsiktspunkter.

Sverkers ifrågasättande av skolmatematikens innehåll, status och tidsom-fattning är mycket välkommet om än inte unikt. Till saken hör att redan för fyra år sedan bildades gruppen IKUM, Idégruppen för kursplaneutveckling i matematik, i samband med revideringsarbete med gymnasieskolans kurs-planer i matematik. Både min kollega Anette Jahnke och jag, som då tillfäl-ligt var anställda som "experter" av Skolverket, kunde konstatera att det saknades forskning och utredningsarbete kring frågan om skolmatematikens innehåll och omfattning. Idégruppen bildades av intresserade som på olika sätt ville uppmärksamma denna märkliga brist. Hundratals miljoner satsas på att försöka komma till rätta med elevernas "brister" och "svårigheter", men nästan inget på att ifrågasätta ämnets roll, utformning och innehåll i skolan. Se gärna gruppens hemsida [www.ikum.se](http://www.ikum.se). Gruppen är dock försik-tig när det gäller slutsatser, bland annat av just det skälet att det saknas forskning.

Att jag välkomnar temat i Sverkers avhandling hindrar inte att jag är kritisk till en del av hans argumentation. I denna artikel tänker jag belysa något om just retoriken, som ibland blir något försätlig. Generellt tror jag att avhandlingen tjänat på att inte introducera begreppet *sublimt objekt*, som snarare mystifierar än förklarar. En enkel och transparent framställning där man även bemött "motståndarnas" bästa argument hade gett avhandlingen en mycket större slagkraft. Att på relativt svaga grunder identifiera matem-atiken i skoldebatten som ett sublimt objekt innebär nämligen att skolans

matematik per definition blir statisk och att våra drömmar och idéer om möjligheter till förbättring av ämnet måste förbli just drömmar. Risker är här uppenbara att Sverkers argument drabbas av cirkularitet: skolans matematik är vad den alltid har varit och drömmar om förbättring är fåfänga på grund av att skolans matematikföreställning är ett sublimt objekt. Eftersom den statistiska skolmatematiken har så låg kvalitet (enligt Sverker) och förbättring är omöjlig följer av samma cirkularitet att skolmatematikens position och tidsomfattning idag är överdrivet stark. I Sverkers ögon kan för övrigt min förhoppning om att ämnet går att förbättra, vara just ett exempel på att matematik är ett sublimt objekt för mig (utan att jag begriper det), vilket ånyo blir en olustig blandning av sak och person.

Det finns i avhandlingen också andra tendenser till cirkularitet. Skolmatematiken framställs ibland som en levande varelse som i självförsvar berättigar sin existens. Alla som argumenterar för skolmatematiken har ju själva gått i skolan och blir därför i själva verket (omedvetna) agenter för skolmatematikens till synes självklara fortbestånd (se avhandlingen s 364-365). I denna konspiratoriska värld av skolmatematiska agenter, mer eller mindre medvetna, blir förstas alla forskarens misstankar bekräftade och alla motargument ointressanta. Om vi tar matematiken i försvar så gör vi det nämligen "utan att veta vad vi försvarar"(s. 365)

Ibland slår Sverker också in öppna dörrar. Det han tycker "borde förändras" (utan att vara förslag!) som presenteras på s. 28 har såväl matematikdidaktiker som pedagoger uppmärksammat och beforskat i flera decennier. Att det sedan är svårt att genomföra förändringar av detta "kulturella" slag i praktiken är en annan sak, det gäller inte bara för skolans värld, eller skolmatematikens, utan generellt. Det enda undantaget är väl att det skulle vara "meningslöst" för sexåringar att lära sig matematik. Detta påstående lämnas också utan närmare motivering än att barn nog lär sig ändå.

Det avslutande "fetade" stycket i Sverkers artikeln (s.32) är mycket intressant och tänkvärt. Det finns en omfattande naivitet i skolmatematiken när det gäller tilltron till modellering av en mängd olika fenomen, allt från simhoppskors rörelser i luften till elevers inköp av lördagsgodis och indianers rotationssymmetriska lerkärl. Här behövs ett uppvaknande och en kritisk blick. Våra ungdomar behöver en mångfald av förståelseformer för att hantera sin livsvärld. Att matematiskt modellera stort som smått i deras värld ökar inte intresset för matematik, effekten blir den motsatta.

#### *Från sak till person*

Sverker formulerar sin tes som "att matematiken framstår som mer självklar, ju mindre man vet om den matematiska vetenskapens samt ingenjörskonstens detaljer" (s. 23 i artikeln). Underförstått finns väl här också tankefiguren att den okunniges argument för sin ståndpunkt är dåliga, medan den kunniges är bra. Man kan alltså misstänka att Sverkers meningsmotståndare är okunniga. Själva formuleringen av tesen blir på detta sätt något obehaglig eftersom den blandar en sakfråga med en personfråga. Det hela

påminner om en av de immuniseringstekniker som vetenskapsfilosofen Karl Popper varnar för: att man omyndigförklarar en person så snart denne har en uppfattning som avviker från ens egen. Tesen är för övrigt lite märklig med tanke på den oerhörda roll som matematiska modeller och matematiskt symbolspråk har i modern vetenskap och teknologi och de starka krav på en gedigen skolmatematik som kommer från just dessa miljöer, t.ex. KTH och Chalmers. Det verkar ju snarast som att det är de mycket kunniga som anser skolmatematikens starka position som självklar.

Att Sverker faktiskt syftar till denna förflyttning från sakfråga till personfråga tycker jag mig märka även i analogin med medicin (s. 32 i artikeln), där han skriver att läkarkåren är de enda som bör avgöra vad "medicin" är. Är det också så att författare är de enda som med rätta skall få bestämma vad "poesi" är? Man kan även undra hur Sverker själv kvalar in här, eftersom han yttrar sig i en hel avhandling. Hur mycket vet han om "den matematiska vetenskapens samt ingenjörskonstens detaljer"? Är det inte istället just på grund av att han ställer sig utanför yrkesmatematiken som han kan hitta nya perspektiv och bestämmningar på "matematik"?

*Vad innebär tesen?*

Sverker propagerar för att skolmatematikens status och position är omotiverat stark och hans uppfattning får starkt stöd av tesen. Denna säger ju nämligen, lite tillspetsat: motargument i denna fråga behöver inte beaktas, eftersom de utgår från en okunnig kritiker. Följdriktigt gör inte Sverker heller detta, i stort sett inga moderna välunderbyggda argument för skolmatematikens nuvarande starka ställning diskuteras i avhandlingen. På s. 31 i artikeln raljerar Sverker över en del moderna argument, men finns det någon bärande kritik bortom den skämtsamma tonen? Däremot misstänkliggörs i avhandlingen uppfattningen om skolmatematikens värde indirekt genom att han redogör för ett stort antal argument från 17-1800-talet, då matematiken och realfacken låg i strid med latinets och behärskades av en föråldrad syn på lärande och kunskap, som snarare härstammade från de medeltida katedralskolorna (och inte bara gällde matematik utan flera ämnen). Sedan får läsaren själv extrapolera till nutid efter behag, utifrån devisen var argumenten för skolmatematik dåliga på 1800-talet är de säkert lika dåliga nu.

Tesen beskriver något slags samband som uttrycks som ett omvänt förhållande mellan kunnighet och uppfattning om skolmatematikens självklarhet, och tanken är väl att det ska vara kausalt (om än bara ett statistiskt säkrat). Det är dock lite oklart vilken riktning detta samband har. Det kan även vara andra typer av samband, t.ex. en ekvivalens, en identitet eller att båda leden orsakas av något tredje, men detta får kanske Sverker själv förtydliga vid tillfälle.

*En äventyrlig resa*

Bortsett från vissa retoriska konstigheter och mystifierande begreppsbyggning så erbjuder Sverker Lundins avhandling läsaren att följa med på en

äventyrlig resa med hisnande utsiktspunkter där man aldrig tidigare varit. I avhandlingen problematiseras en rad företeelser som i allmänhet uppfattas som självklara. Detta är kort sagt det som inom humaniora kallas en gedigen perspektivering. Som sådan är den mycket fruktbar, den inte bara är forskning, den genererar framförallt forskning. Jag tror att alla som är intresserade av forskning kring matematikutbildning kommer att få en mängd spännande uppslag. Om de med öppet sinne vågar följa med på resan.

◇ ◇ ◇ ◇

## Call for Papers

### Nordisk Matematisk Tidskrift

*Ulf Persson*

Den typiska matematiska tidskriften har en viss backlog. Ett papper som sänds in får normalt vänta i en kö ett par år innan den tryckes. Dock ej så med *Normat*. Som dess redaktör kan jag garantera närmast omedelbar publicering, ty vad som må vara en författares våta dröm är en redaktörs värsta mara, nämligen ingen 'backlog' alls.

Dock *Normat* är inget organ för tekniska matematiska artiklar, den vänder sig till en bildad matematisk läsekrets som vill vidga sina vyer. Speciellt är den inte en slaskhink för forskningsartiklar som inte håller måttet. Dess främsta syfte är inte att presentera nya resultat, även om sådan givetvis välkomnas, utan intressanta resultat. Originalitet är inget krav, dock intresse. Elementär matematik skall inte ringaktas, inom dess ramar kan man finna många intressanta frågeställningar och resultat. Även mer avancerad matematik kan med ett visst engagemang göras om inte förståeligt åtminstone suggestivt. Jag är övertygad om att bland Utskickets läsare finns många med goda uppslag.

Artiklar som skrives på engelska når visserligen ut till en vida större läsekrets, men *Normat* är en tidskrift som vänder sig till en skandinavisk publik. Varje föreläsare känner igen dilemmat när man ger en föreläsning på sitt modersmål - hur skall man översätta denna term? Ofta blir översättningarna 'ad hocka' och därmed krystade. Christer Kiselman har tagit förtjänstfulla initiativ att på ett systematiskt sätt göra översättningar och publicera ordböcker, men ytterst rör det sig om att göra svenskan (norskan, danskan) till ett levande matematiskt språk, och det enda sättet är att publicera på detta språk. Så lite drastiskt uttryckt, en fullt legitim ursäkt att publicera matematik i *Normat* kan vara att introducera en skandinavisk terminologi.



## Studying mathematics in China and Sweden

*Yajun AN*



Yajun AN, born in 1986, is a student of mathematics at Xiamen University, Fujian Province, China—a university with arguably the most beautiful campus in the world. During the Fall Semester of 2008, she was an exchange student at Lund University. When visiting me in Uppsala in January, 2009, we talked about many things, among them the conditions for students in China and Sweden and the different cultures associated with their learning.

I thought Yajun's observations were so interesting that I asked her to write them down. Now the readers of *Matematiskt Forum* can benefit from the experience and thoughtful remarks of this remarkably mature student.

Christer Kiselman

### *From Xiamen to Lund*

As a senior year student from Xiamen University, I spent half a year participating in advanced courses in Lund University as an exchange student. Looking at mathematics from a Swedish viewpoint yet having a Chinese background is interesting. Now I am back home, ready to see the two situations in China and Sweden in a more relaxed way. I would like to thank Professor Kiselman for his suggestion to write this report—otherwise, I might never have sat down and written this, which is something I am longing to do.

I have to admit that the only Chinese university I went to was Xiamen University, and the only Swedish one was Lund University, so the things I observed might just be special cases. Hopefully this can still be of interest.

### *Selecting courses*

The first impression I had of the Swedish mathematical education was—to be honest—a bit disappointing. Since I heard that people go to university for five years and get a Master Degree in Sweden, I was expecting to take some really advanced courses that I could only get access to if I were a master student in China. I went to the introductory meeting of advanced courses, and had to select courses that I have already taken back home, simply because there were not enough new courses for me.

The situation is the same for many German students. When we exchange students talk about this, we have a common impression that the Swedish students are leading a very relaxed life. Not only the courses they have are not that difficult (I heard later that there are also two levels for advanced courses, and I only took a course of the easier level), but also the normal load for them is four courses per semester, which quite possibly means only two at the same time. This is really hard to imagine for Chinese advanced level students. I remember we had at least six courses (three of them compulsory of my major, and most people select at least three or four others) for the first semester in our third year (the first year of advanced level), going on at the same time, far more than the load most Swedish students have. A German friend of mine took eight courses last semester (at least five in math), and it seemed quite common for him.

### *Working more—or less*

The interesting thing about this is that, unlike the Swedish students I know, we are somehow willing to work more. One can see that not only from the number of courses, but also from everyday studies. I remember once I discussed a question with my Swedish classmates right after the seminar, and they felt so tired and went home after just one hour or so. In my home university, people tend to study right after the lectures until 23 o'clock or later, even when we already had different lectures for at least five hours. Nobody is forcing them to, and they do not have to do that every day to get a high score in that course.

But I myself quite like this relaxing way of studying. From my own experience, for a student who really is interested in and wants to know everything about a certain subject, it does take time to read all the references and think. I have a feeling that, back home, the time for each course is too limited. When doing calculus, I remember some gifted students do not take the time to concentrate on details or the whole picture of the subject. The only thing they have time to do is to find an OK solution (which later might turn out to be wrong), hand the solution in, and forget about the question. But for those questions one can often find something quite interesting if thinking deeper. For me, algebra takes a lot of time, sometimes even a couple

of days to construct something. It was difficult when I was doing abstract algebra in my third year, for I had to spend time also on other courses as well. So the final result is often giving up after a while and getting help from a friend, who really did spend several days on it and kind of doing nothing else much.

### *Studying not only mathematics*

Another thing different is that not many Swedish students are “doing math.” By this I mean, in an advanced-level math lecture, selecting some students at random, one can often find more foreign students than Swedish students, even when the total number of students may be only ten or thirteen. When one talks to the Swedish students, one can find more of them doing something in science or engineering than in mathematics. Actually, among all the Swedish classmates I knew from the advanced level, no more than three focused only on mathematics. It seems people are not so interested in math here. I feel it is a bit of wasting teaching resource, compared to the situation in Xiamen where sometimes 170 students have only one professor. I know some people doing engineering or something else, who did math in their first two years or so. They gave up since they thought it was too difficult. Here students have a lot of freedom. It can be a good thing that people have the right to choose what they want to do, but it can also be bad, for they might lose the chance to get access to advanced level math, which did inspire people who were not interested in math back home in the first place.

### *Concentrating on one branch of mathematics—or all?*

This flexibility can be also seen in the selection of courses. I have a Swedish classmate who is quite interested and gifted in analysis. Once when discussing with him, I tried to compare the situation in analysis to the situation in linear algebra, and he said he did not know anything about algebra. That was quite a shock to me. In Xiamen, any advanced level student must have had at least advanced algebra for three semesters and abstract algebra for one whole semester, and they can also get access to Lie algebra if they select that course. I am not involved in any research work yet, but my teacher back home did give me advice that for an undergraduate who is willing to work in a math field later, it is important to gain knowledge in as many branches of math as possible, no matter what the future focus might be. When discussing with my exchange-student friends from Germany, they can easily compare the situation in spectral theory or functional analysis to the situation in algebra or quantum physics, but this can be hard for my Swedish friends, which might stop them from digging into a deeper level.

On the other hand, I feel that we need some of this flexibility in Xiamen. The situation in Xiamen is more like the department is forcing students to

do everything, which is not that easy. Like my friend I mentioned earlier. She is very gifted in complex analysis and algebra. For her, everything can be solved by complex analysis and algebra, and she simply does not want to take the time and energy to study anything else, so her other scores are just surviving. The problem is that she needs good scores in almost every course to continue her study in math, and she has to give up math due to her other surviving scores. When in Sweden I thought about her many times: she would have a much bigger chance to continue math if she were in Lund. I think we have more people back home like her, and this is really sad. Putting an effort into everything they learn in order to get a high score might make them kind of lose the idea of their real interest. A friend back home who is already planning to do math in the following two or three years still does not know where her real interest lies. Seems like back home, for many students the reason to do math is: we are math students, and studying and getting a high score is our job. We study algebra, calculus, or geometry simply because they are math, not that we like them. A huge part of studying—thinking—is somehow lost.

### *The examination systems*

It is possible that the exam system in China also somehow made the situation worse. In China, the final score for a certain subject is usually made up of attendance, home assignments and the final written exam, while the Swedish exam of advanced level is often made up of a written and an oral exam. I do like the Swedish system, for I think this really shows how much the student knows about a certain course. When counting home assignments in the final score, since it is allowed to discuss with peers, it often turned out to be that a lot of students just waiting for some other classmates to find the solutions and copy when the exercise is a bit challenging. As for the final written exam, we often find the same exercises as those in the home assignments. This is quite usual in the advanced level exam. So in the advanced level exams, what a lot of students would normally do is to collect all the correct solutions of the home assignments two days before the exam (which quite often are not their own work), try to recite all the solutions, take the exam and have a high score. Quite often, people who are interested in math and really put an effort in it can not get the highest score.

This part is similar to what I saw in Lund (in Lund, one can find previous exams on-line, and new exam is usually quite similar to the old ones). The good part is that the oral exam guarantees that students really knows something about the course, for any one of the definitions and theorems might be a potential question; there are even “cores” in the course. This has made the chance of having a high score by “tricks” lower. So for this part, it is easier to see who is really working on the course. If one wants to have a high score, then he/she has to really work. I heard from my German friends that,

in their oral exams, they are sometimes given something completely new to work with. Like a new definition or a new theorem. I think the Swedish oral exam will be better if they can add this part, then not only the hard-working ones, but also the creative ones can be selected.

However, there is one thing in Sweden I found not so positive for students' attitude toward math: that students can have infinitely many chances to take the reexam if they fail. My German friend and I both think it is actually not that difficult to pass the exam, but sometimes the lenient policy makes Swedish students not so willing to study for the exam. They have infinitely many other chances after all. Or even if they cannot pass it finally, there will be no record on their transcript, unlike the situation sometimes in Xiamen.

### *Freedom and flexibility*

In general, I feel that the Swedish mathematical education system provides a relaxing and flexible environment for their students. This gives the students enough time and freedom to work on things they are interested in, and somehow makes students more playing than studying math. Like always, interest is the most important teacher in everything. Also, they can have a clear idea about their real interest and really work on it. But such relaxation and flexibility might as well make them lose the serious and precise attitude they ought to have toward math, sometimes even the effort they need to pay. Like my friend said, there is no perfect system, thus impossible to let students develop perfect attitude toward math. But, after all, I think my experience in Lund is going to be important for my future with math.



Yajunan009@yahoo.com

## I svallvågorna av en parodi<sup>1</sup>

Olle Häggström

Uttrycket *science wars* har, en smula förvirrande, använts som beteckning på två olika företeelser i och kring det amerikanska vetenskapssamhället. Å ena sidan åsyftas det angrepp på vetenskapen vilket en mäktig amerikansk industrilobby - under George W. Bushs ämbetsperiod med allt starkare stöd från Washington - bedrivit i syfte att skapa förvirring i frågor som exempelvis den om antropogen global uppvärmning, och den om tobaksrökens hälsovådliga effekter. Även den kristna högerns angrepp på evolutionsläran kan räknas till detta krig, som behandlas utförligt och initierat av Chris Mooney i boken *The Republican War on Science* från 2005.

Å andra sidan, och oftare, åsyftas ett helt annat krig, där företrädare för naturvetenskapen på 1990-talet protesterade mot hur deras verksamhet beskrivs inom vissa postmodernistiska strömningar i ämnen som vetenskapssociologi och cultural studies. Naturvetenskapen framställs här som ett kulturellt fenomen där forskarnas teorier och resultat beror på exempelvis deras köns-, ras- och klasstillhörighet, men mycket lite eller inte alls på hur det i själva verket förhåller sig med den fysiska verkligheten, vars existens tonas ned eller i extrema fall till och med förnekas.

Detta är inte sant, framhöll naturvetare med biologen Paul Gross och matematikern Norman Levitt i spetsen. Den objektiva verkligheten finns visst, och det är orimligt att förneka att det faktum att jorden rör sig runt solen (snarare än tvärtom) bidrog till att den heliocentriska världsbilden kom att ersätta den geocentriska.

Postmodernisterna gav naturligtvis svar på tal, exempelvis i tidskriften *Social Text* vars redaktion beslöt att ägna ett helt temanummer 1996 åt att bemöta dessa uppstudsiga naturvetare. Gross och Levitts bok *Higher Superstitions: The Academic Left and its Quarrels with Science* från 1994 hamnade i skottlinjen för mer än hälften av artiklarna. Bland dessa återfanns en med den imponerande titeln *Transgressing the boundaries: towards a transformative hermeneutics of quantum gravity* av fysikern Alan Sokal, som i sin text stryker postmodernisterna medhårs och reducerar sitt eget ämne till en social konstruktion. Samma dag som tidskriften kom ut avslöjade emellertid Sokal att artikeln var avsedd som parodi på postmodernt pladder. Det är lätt att efterklokt konstatera att det borde ha varit en enkel sak för redaktionen att se att exempelvis följande stycke inte gärna kan ha varit allvarligt menat:

Liksom liberala feminister ofta nöjer sig med en minimal agenda omfattande juridisk och social jämställdhet samt fri abort, gäller för liberala

---

<sup>1</sup>Ursprungligen publicerad i Axess, ämnad för en icke-matematisk publik

(och till och med en del socialistiska) matematiker att dessa i allmänhet håller till godo med det hegemoniska Zermelo-Fraenkel-systemet [...], utökat blott med urvalsaxiomet.

Den koppling mellan matematik och feminism som här antyds bygger uteslutande på att den amerikanska fri abort-rörelsen (pro-choice) och matematikens urvalsaxiom (axiom of choice) i engelskan råkar benämnas med samma ord. Och jag kan intyga att en matematiker aldrig skulle komma på idén att ta hänsyn till politisk ideologi i valet av mängdteoretiskt axiomsystem.

Sokals bluff erhöll stor uppmärksamhet både i och utanför akademiska kretsar. Stärkt av sin framgång följde han upp den med boken *Impostures Intellectuelles* från 1997 där han tillsammans med fysikerkollegan Jean Bricmont går till mer oförställt angrepp mot vad de uppfattar som de värsta intellektuella avarterna hos uppburna postmodernister som exempelvis Jacques Lacan, Julia Kristeva och Bruno Latour.

Nu är Sokal tillbaka med boken *Beyond the Hoax: Science, Philosophy and Culture*. Denna essäsamling inleds med den ursprungliga parodin, som redan från början är tämligen fotnotstung men som här har försetts med en extra fotnotsapparat där läsaren får hjälp att skilja mellan alla de "sanningar, halvsanningar, kvartssanningar, lögner, felaktiga slutledningar och syntaktiskt korrekta konstruktioner som helt saknar mening" vilka samsas i parodin. Att förklara ett skämt är som bekant det säkraste sättet att förstöra det, men i det här fallet tycker jag att det är befogat. Parodin är ett stycke idéhistoria som förtjänar en plats i den akademiska allmänbildningen, men att läsa och förstå den utan Sokals hjälpsamt handledande extra fotnoter är ingen lätt uppgift.

I *Beyond the Hoax* följs parodin av några av Sokals inlägg i den intensiva debatt som följde på hans tilltag. Givetvis utsattes han för stark kritik från motståndarlägret, men han hade också entusiastiska anhängare, varav många uppfattade det faktum att artikeln antogs för publicering som ett bevis i sig för postmodernisternas slappa intellektuella standard. Själv avvisar emellertid Sokal den slutsatsen såsom alltför generell och menar att hans isolerade experiment som mest kan ha visat på sådan svaghet i Social Text-redaktionen. Större bevisvärde tillskriver han artikelns innehåll, närmare bestämt att det mesta av dess nonsens är referat och noggrant återgivna citat från ledande postmodernister, löst sammanfogade med instämmanden och beröm.

Efter dessa debattinlägg får vi ta del av ett par texter om vetenskapsteori gemensamt författade av Sokal och Bricmont. Här påvisas det ohållbara i den ontologiska relativism som antyds ovan, samtidigt som författarna medger att varken ontologisk realism eller Poppers falsifikationism är okomplicerade eller invändningsfria. Det hela utmynnar i ett försvar för ett genomtänkt förhållningssätt de kallar "modest vetenskaplig realism".

Antologin avslutas med ett antal uppsatser där vetenskap och veten-

skapligt förhållningssätt ställs i relation till andra samhällsföreteelser. I den första av dessa påvisas hur postmodernismens nedtoning av den objektiva verklighetens existens banar väg för pseudovetenskap av den typ som vi exempelvis finner inom New Age-rörelsen. Som läsare drar man efter andan när det mitt bland diskussionerna om astrologi, homeopati och dylikt dyker upp en formulering om att "ledaren för en framträdande pseudovetenskaplig kult nyligen proklamerade..." åtföljt av ett citat av påven Johannes Paulus II. Är inte omtalandet av katolicismen som en "pseudovetenskaplig kult" onödigt hårda ord?

Denna förutsägbara fråga föranleder Sokal att förse uppsatsen med ett appendix där han noggrant går igenom hur gängse katolska trosföreskrifter uppfyller de (knappast i sig särskilt kontroversiella) kriterier på pseudovetenskap han tidigare stipulerat. Därefter följer ytterligare ett par uppsatser om religion, där han kan sägas ansluta sig till den religionskritiska diskurs som företräds av exempelvis Richard Dawkins och Christopher Hitchens. Sokals sakliga framställning, upplättad av ett och annat stycke torr ironi, står sig väl i jämförelse med dessa författare.

Vad är det då som driver Sokal till dessa angrepp på allsköns irrationella tankeströmningar? En bra sammanfattning finner vi redan i förordet:

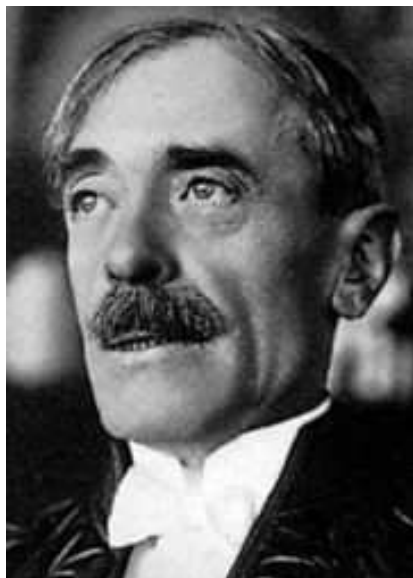
Oavsett om det är postmodernister till vänster, fundamentalister till höger, eller förvirrade debattörer av allehanda politiska och icke-politiska schatteringar, som kommer i skottlinjen för min kritik, så är mitt grundläggande budskap detsamma: klart tänkande och respekt för evidens är av yttersta betydelse för mänsklighetens överlevnad i det 21:a århundradet.

Mellan de båda ytligt sett orelaterade vetenskapskrig jag inledningsvis talar om finner Sokal ett viktigt samband. Antag att vi som fäster vikt vid sådant som exempelvis social rättvisa och omsorg om miljö och kommande generationer - och som därmed kan räknas som "vänster" i vid mening - godtar den relativism som delar av den akademiska vänstern anbefaller. Då förlorar vi det kanske viktigaste vapnet mot de högermän som sprider direkta lögn i syfte att motivera Irakinvasioner eller uppluckrad miljölagstiftning, nämligen att påtala att de ljuger. Ty deras syn på världen är ju med ett relativistiskt synsätt varken sannare eller falskare än någon annan.



## Bridging the Two Cultures: Paul Valéry

*Philip J. Davis*



The conjunction of mathematics and poetry is alive and well. Thus, e.g., *Strange Attractors*, a stimulating anthology of poems that allude to mathematics (often very superficially) has just appeared<sup>1</sup> Quite by accident I learned that Paul Valéry (1871-1945), the famous French poet, essayist, philosopher and aphorist, had left in his extensive notebooks many observations, impressions, ruminations and thoughts about mathematics. As opposed to the material in *Strange Attractors*, Valéry created no poems specifically about mathematics. What is remarkable in his case is the depth of his infatuation with the deepest aspects of mathematics, and his struggle to come to grips with them through his own poetic imagination and intuition<sup>2</sup>

What, I wondered, was the significance of Valéry's innumerable jottings about mathematics? He is not mentioned in any history or philosophy of mathematics of which I am aware; his name attaches to no mathematical ideas, constructions, theorems, processes. Was he then, merely expressing, as a private citizen so to speak, his feelings about a subject for which he had a deep attraction; or was he putting forward a claim as having given birth to a unique vision as to what mathematics was all about? The question is relevant because Valéry's work has been the subject of thousands of articles and theses, and though he is known now in France to the general public largely as a university (Montpellier - Valéry,) his writings are the object of continued studies by specialists. Thus, the University of Newcastle upon Tyne houses a Centre for Valéry Studies headed up by Prof. Brian Stimson.

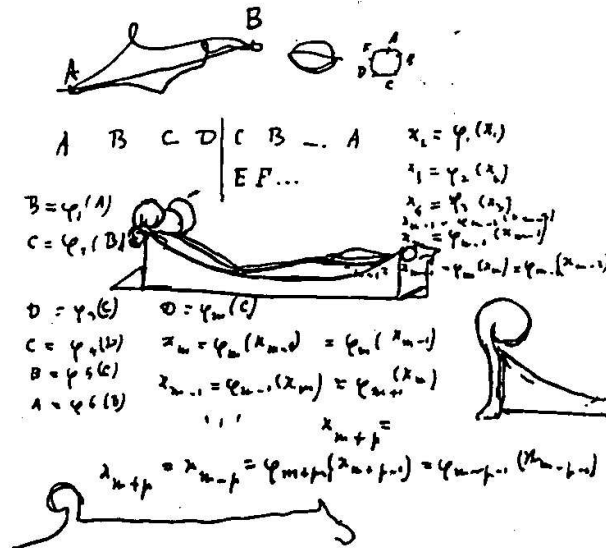
Valéry's notebooks (Cahiers) have all been published. I opened one at random (Vol. V) and found strewn among the author's jottings on innumerable topics, mathematical equations, notations, computations, figures, together with animadversions on the same. Are these, I wondered, simply mathematical graffiti? Was he trying to play the mathematician and floundering around with difficult problems (e.g., the four color problem) or was

---

<sup>1</sup> *Strange Attractors*, AK Peters, 2008.

<sup>2</sup> A 2006 Stanford University thesis by Rima Joseph, *Paul Valéry parmi la mathématique*, considers the influence that Valéry's knowledge of mathematics may have had on his poetry: "The elucidation of such [mathematical] models used in metaphors by Valéry reveal mathematics as an aesthetic object ultimately forming his poetics."

he merely a commentator looking down with love and admiration from the Olympian heights on a topic that seems to have engaged his thoughts continually ? To appreciate and make sense of this material is not easy; one must go into the author's head and language, get under his skin. A knowledge of his total *oeuvre* is really required.



*Jottings extracted from Cahier V, p. 200*

To help me arrive at an answer, I turn to a lengthy article by Judith Robinson, a scholar of French literature and a specialist on Valéry which treats the mathematical jottings in his *Cahiers* in some depth. Robinson boned up on mathematical ideas and was able to connect the dots of the dispersed jottings, figures, computations, into a continuous narrative. In what follows, when I use the name Valéry, I really mean the Valéry as seen principally through the imaginative eyes of Robinson.

Valéry was much concerned with mathematics and physics and in his mind the two are almost inextricable. He read extensively; he knew the mathematician Emile Borel and the physicists Jean Perrin and Paul Langevin. He corresponded with Jacques Hadamard. He admired Riemann and Cantor and his admiration of Poincaré was unbounded. He kept Poincaré's books beside his bed, rereading them constantly. Mathematics, he wrote, became his opium. Valéry was "greatly influenced in his thinking" by the developments relativity, in atomic and quantum physics, in particular by Heisenberg's Uncertainty Principle. He has many references to the ideas of mathematics and physics which he comprehended in an intuitive, impressionistic way and often employed metaphorically. His understanding was, according to Robinson, not superficial, not that of the mere amateur.

As befits a poet and a *littérateur* Valéry was much concerned with language. He questioned "ready-made" language, considered it impure, vague,

imprecise, ambiguous, a stumbling block in perceiving and apprehending reality. He believed that our (natural) languages were responsible for the raising of stupid, meaningless, undefined, or often false questions such as "who created the world?", "What is the purpose of life?", "What is the relationship between mind and matter or "the distinction between the knower and the known." On the other hand, he admired mathematics as the only precise, coherent, rigorous, and unambiguous intellectual language devised by humans.

"Perhaps the greatest virtue of mathematics as Valéry sees it is that it enables us not only to define our terms but also to relate them to one another in a logical and coherent way. Now this is exactly what ordinary language has great difficulty in doing."

Valéry's concern with language reminded me, by way of contrast, of the Neapolitan philosopher of language and anti-Cartesian Giambattista Vico (1668-1744.) My source for Vico is the book of Sir Isaiah Berlin<sup>3</sup>. Vico's ideas, when applied to mathematics, presage today's social constructivism.

"[Vico] concedes that mathematical knowledge is indeed wholly valid and its propositions are certain. But the reasons for this are only too clear: We demonstrate geometry because we make it'."

His catch phrase, often quoted, is "*Verum esse ipse factum*" (Truth itself is constructed.)

I do not know whether Valéry read Vico; nonetheless, a remark of Valéry that he begins

"to inquire by what sign we recognize that a given object is or is not made by man" (*Man and the Sea Shell*)

leads me to think that a study comparing and contrasting the ideas of Vico and those of Valéry would be of significance. I myself am sympathetic towards Vico's ideas, for while admitting the precise, coherent, rigorous, and unambiguous nature of mathematical language, such language lies totally embedded in natural languages (e.g., English) with all their impurities. Strip mathematical texts of all descriptions, explications, instructions given in natural language, and a page of naked mathematical symbols would be incomprehensible. Berlin also remarks that

"Political courage was no more characteristic of Vico than of Leibniz or a good many other scholars and philosophers of the age..."<sup>4</sup>

---

<sup>3</sup>Vico and Herder, Viking

<sup>4</sup>Loc. Cit. p.5.

These men were above the fray, and to this list we may safely add Valéry. Even as Leibniz dreamed of a formal language - a *characteristica universalis* - within which calculations of mathematical, scientific, legal and metaphysical concepts could be expressed and related problems solved, Valéry dreamed of a language, an "algebra de l'esprit", an *arithmetica universalis* that would be a useful instrument in the study of brain function, a language in which "the physical and the psychological could be compared"; a language into which "propositions of every kind could be translated." Turning to the influence of other contemporaries, Valéry admired the logic of Russell, and one can see the relationship between Valéry's thought and that of Wittgenstein. What interested him primarily was not the object, but the relationship between objects, and in the flexibility and generality of such relationships that he discovered in various geometries and in the ideas of Riemann. These were ideas that he hoped could be expressed in notational terms. Despite these perceptions, I do not believe Valéry could be termed a logicist. I would call him a formalist. Valéry did not go public with these thoughts; he committed them to his notebooks, perhaps in the hope that they would be interpreted by later scholars. The aspects of mathematics that he admired so much are today simply part of the working knowledge and attitudes of today's mathematicians. He did not contribute anything either to mathematics or physics or to their philosophy. But what is absolutely remarkable in this story is that a person so devoted to language and literature should have immersed himself deeply and knowingly and arrived at individual insights into questions of mathematics and physics. Valéry was called by some a new Leonardo; by others a philosopher for old ladies. Whatever.

The importance of Valéry for me is that his notebooks are proof positive that the "Two Cultures" of C.P. Snow, the literary and the scientific, often thought to be unbridgeable, can indeed be bridged if only in one direction. The American philosopher William James wrote "The union of the mathematician with the poet, fervor with measure, passion with correctness, this surely is the ideal." While the thoughts of Valéry are as close as have been come to the realization of this ideal in measure and passion, the bridge he constructed was personal and cannot easily be transmitted to the general readership.

## References

[1] Sir Isaiah Berlin, *Vico and Herder*, Viking, 1976.

J. M. Cocking, *Duchesne- Guillemin on Valéry*, Modern Language Review, 62, 1967, pp. 55-60.

Jaques Duchesne- Guillemin, *Etudes pour un Paul Valéry*, La Baconnière, Neuchatel, 1964.

Rima Joseph, *Paul Valéry parmi la mathématique*, Doctoral thesis, Stanford University, 2006.

Walter Putnam, *Paul Valéry Revisited*, Twayne Publishers, 1995.

Judith Robinson, *Language Physics and Mathematics in Valéry's Cahiers*. Modern Language Review, Oct 1960, p. 519-536.

Judith Robinson: *L'Analyse de l'esprit dans les Cahiers de Valéry*, Paris, Corti, 1963.

Judith Robinson (ed.) *Fonctions de l'esprit: 13 savants redécouvrent Valéry*, Paris, Hermann, 1983. (Contributions by Jean Dieudonné, René Thom, Andrée Lichnerowicz, Pierre Auger, Bernard d'Espagnat, Jacques Bouveress and Ily Prigogine.)

Michel Sirvent *Chiffrement,, déchiffrement: de Paul Valéry à Jean Ricardou*, French Review 66:2 December 1992, pp. 255-266.

Paul Valéry, *History and Politics*, Vol 10, Bollingen, Pantheon, 1962.

Paul Valéry, *Cahiers 1894-1914*, V, Gallimard, 1994. Translations of various volumes forthcoming.

### Acknowledgements

I wish to thank Brian Stimpson for supplying me with valuable information and Charlotte Maday and Vera Steiner for their encouragement.



### Logotyp tävling

Under nästa årsmöte kommer en officiell logga för Svenska matematikersamfundet (SMS) att bestämmas. Tävlingen annonserades i februarinumret av Medlemsutskicket. Alla inkomna förslag presenteras på Samfundets hemsida. Observera att tidsfristen går ut den 30 april 2009 och listan över förslag kommer att uppdateras den 10 maj 2009.

Förslag kan beskådas på Samfundets Hemsida, direktlänk given av.

<http://www.maths.lth.se/SMS/konkurs.html>

För att rösta skicka ett e-brev till Pavel Kurasov [kurasov@maths.lth.se](mailto:kurasov@maths.lth.se) före den **3 juni 2009** och välj 3 förslag som du tycker mest om (i prioritetssordning). Varje medlem får rösta bara en gång. Ange "subject" Logga när du skickar e-brev.

- *Pavel Kurasov*

Samfundets sekreterare

## The Riemann Hypothesis in Popular Literature

### A Tale of Two Tales

*Seym Pound*

It is very easy to explain the four-color theorem to the public, it is somewhat harder to explain Fermats theorem<sup>1</sup> but that has not prevented a lot of amateurs out there to try and prove it. Both of those claims above have actually been proved, the first by reduction to a computer search, which has left no one the wiser, the second by being transfered to a deep problem in modern number theory, whose elucidation is beyond most mathematicians. The Riemann hypothesis is different, it requires much more to become intelligible, and unlike the first two it actually constitutes a central problem in mathematics connected to many diverse areas and with possible ramifications beyond the distribution of prime numbers.

In recent years at least two books on the Riemann Hypothesis intended for a general audience have been published, and I intend to report on two I have read. The first one being by the mathematician Marcus du Sautoy from Oxford (*The Music of the Primes*) and the second one by the journalist John Derbyshire (*Prime Obsession*). Given the common topic, the similarities between the two books are going to be obvious, so I will concentrate on the differences. The first thing to be pointed out that du Sautoys book reads as if it has been written by a journalist while Derbyshire has written as a mathematician. This somewhat ironic fact is of course easy to explain. In the case of the mathematician the danger to become too technical is obvious hence the effort to go lightly on the mathematical material and to concentrate on the human interest. The result is a rather rambling book, in which there is much gossip and digressions, the purported ambition being to impart the excitement of the problem indirectly through that manifested by the players. Thus most people who have contributed to the problem (and quite a few who have had no connection whatsoever) are mentioned, some of them even accorded thumbnail sketches. As a consequence we have a quilt of testimonies collected by the reporting author, not unlike a journalist trying to get a sense of the lay of the land. The journalist on the other hand, being conscious of not being a professional, has to be more careful and do his homework conscientiously. Inevitably giving the amount of work committed it has to find an outlet. Thus, while there is too little mathematics in the book by du Sautoy, one may argue that there might be too much in the book by Derbyshire.

Derbyshire is an accomplished writer, not entirely innocent of mathematics, having had a mathematical education at the university and worked

---

<sup>1</sup>An obvious misnomer, as Fermat famously only claimed to have one, never demonstrated an actual existence, but the name has stuck and it would be mere pedantry to quibble about it

as a programmer on Wall Street. He has published widely in opinion magazines such as the right wing *National Review*<sup>2</sup> He has decided to split up the book in two, one mathematical and one of human interest, with the ambition of alternating the chapters. The mathematical part is intended for the reader who has had some exposure to mathematics during college, nevertheless he starts from scratch trying to give a crash-course, ending up in the end on rather elaborate material, only a professional mathematician may fully savour (and such a one supposedly could get it from other sources) and which may not be strictly necessary. Nevertheless the book contains a rather precise statement of what Riemann proved, showing how the different zeroes terms are associated that slowly and conditionally add up. Few readers may appreciate this, and consequently du Sautoy is far more elusive on this subject, on the other hand precise statements, even if incomprehensible, can by that very nature convey something important. On the balance though I consider the mathematical treatment given by Derbyshire to be precise and pedagogical, and even to a professional mathematician, bound to be impatient with the pedestrian nature of most of the material, not unreadable. However, Derbyshire proves his mettle, with his treatment of the Human interest aspects. His prose is tightly controlled and he does not ramble, essentially everything he presents has a reason to appear. His main focus is that on Riemann, the obscure genius coming from an unassuming background, socially timid, but intellectually daring and mathematically revolutionary, definitely up in the same rarified league as that of Gauss, although due to the brevity of his life, not with the same systematic wealth of output. It surely is a pity that such a man remains so obscure outside the minority of mathematicians. What of Einstein without Riemann? Now the account of Riemann in Derbyshire does not significantly differ from that to be gleaned out of du Sautoy, because there is little surviving documentation on the life of Riemann, his friend Dedekind being the primary source available to posterity<sup>3</sup>. The difference is that Derbyshire makes a better job of presenting them, putting Riemann in a social, cultural and historical context, in particular reminding the reader of the divided nature of the German Reich at the time, and informing him of the excellent Prussian system of education which had recently been put in place. Riemann's ambition, or rather that of his father, was to prepare for him a secure clerical career, at the time the

---

<sup>2</sup>Founded by the recently deceased maveric William F. Buckley Jr. (1925-2008) who is credited for having intellectually paved the way for the Republican revival connected to the ascendancy of Reagan and its deplorable consequences such as the junior Bush administration which incidentally proved even too much for such a die-hard as Buckley to stomach to the end. Derbyshire himself has been known to hold politically incorrect views on topics such as racism, gender equality, gun control, supremacy of Western civilization etc, although I can assure the editor and Häggström that on the subjects of climate change and intelligent design his opinions are commendably correct.

<sup>3</sup>The only other readily available biography I can think of is that of E.T.Bell, but here too the account draws on the same limited sources

most promising outlet for a gifted boy. Riemann, however, seduced by the mathematical instruction at Göttingen begged his father to be allowed to switch from theology to mathematics, a request granted by his sympathetic father despite the obvious risks<sup>4</sup>. However, in spite of the presence of Gauss, the department was somewhat of a mathematical backwater and Riemann naturally gravitated to where the real action was, namely Berlin. In Berlin he came under the influence of Dirichlet, a most charismatic character, and whom he followed back to Göttingen when the former was appointed Gauss successor. Eventually Riemann would a few years later succeed Dirichlet in his turn, but before that he had already risen to mathematical prominence, even provoking the rare treat of Gaussian praise, and it was in connection with the subsequent election to the Berlin Academy and the obligation to present a paper, that he chose to write on the distribution of primes and its connection to what is now dubbed the Riemann zeta-function. The paper in which he mentions the famous conjecture and where he set the stage of analytic number theory. Riemann himself was not fated to live much longer afflicted as he was with tuberculosis, which has cut the career short of more than one brilliant mathematician of the early 19th century. Much of the achievements of Riemann were buried with his Nachlaß a large part of which was condemned to the flames by an over-zealous housekeeper upon his death. Tantalizing scraps of it did survive, however, and were not scrutinized until modern times (by Siegel) revealing to the expert eye that the formulation of his hypothesis was not only due to brilliance, but to an unexpected amount of hard toil. Riemann had actually calculated by hand the first zeroes of the zeta-function, using a clever summation method unknown up to then.

Riemann is and remains the central figure, but Derbyshire also digresses on subsequent figures. Hadamard gets a loving accolade, and the Laurel and Hardy characters of Hardy and Littlewood<sup>5</sup> naturally get their due. And once again there are some inevitable overlaps with du Sautoy's treatment.

The book by du Sautoy is meant to be an 'easy read' designed to be brought to the beach<sup>6</sup>, while that of Derbyshire has the ambition to instruct and educate the reader. The readers of the newsletter may decide the nature of their ambitions before they make a choice of pick. If in doubt why not read both, or salomonically choose the 'Riemann Hypothesis' by Karl Sabbagh which I have not read. After the writing of this review I found the following link on the internet, which might be of some interest.  
<http://www.olimu.com/Riemann/Reviews/MathematicalIntelligencer.htm>

---

<sup>4</sup>Riemann was very attached to his father, as he was to his family in general, continually suffering home-sickness, whenever away from the vicarage in the small village of Quickborn, close to the Elbe; and was devastated by his death when Riemann still was a young man in his twenties.

<sup>5</sup>Supposedly 'Helan' to use the supposedly Swedish notation for what du Sautoy introduces in his book

<sup>6</sup>This is why it is so thick compared to that of Derbyshire



## Om Sanningen

Lars Wern

*On Truth* behandlar ett stort ämne i en liten bok med bara 101 sidor. Den är författad av Harry G. Frankfurt, filosof och professor emeritus vid Princeton University, och utgiven av Alfred A. Knopf, New York, 2006. Ett år tidigare hade författaren släppt sin uppmärksammade bok *On Bullshit*, Princeton University Press, 2005. Om denna skriver han i inledningen till *On Truth* att en analys av den mycket utbredda likgiltigheten till vad som sant och osant genomfördes av honom med förbiseende av behovet att närmare utreda varför sanning är så viktigt<sup>1</sup>.

Bluffmakare har många ansikten där Bernard Madoff, ansedd filantrop och tidigare ordförande för Nasdaqbörsen, är mer känd än andra efter att ha avslöjats som försvinnare av drygt 500 miljarder kronor. Sanningssökare har färre ansikten fast amerikanerna hoppas nu att den nye presidenten ska hitta vägen ut ur oredan. Harry G. Frankfurt har med sin bok träffat rätt i tiden. Han diskuterar sanningssökande som ett mål i sig men är försiktig och definierar inte sanningssöket utan hänvisar till de erfarenheter som bokens läsare har av nyttiga kunskaper och av tillfredsställelsen att dra en slutsats. Där nämner han Euklides.

Kort beskrivet belyser kapitel I och II att avancerade samhällen kan utvecklas när sanning respekteras och hämmas när så ej är fallet, kapitel III behandlar den sanningssökande människan enligt Spinoza, kapitel IV och V diskuterar sanning som grund för självkänedom, kapitel VI vidareutvecklar vad som behandlades i kapitel I och II med referens till Immanuel Kant och Michel Montaigne, kapitel VII tar med referens till såväl vår samtida poet Adrienne Rich som antikens Aristoteles upp den skada som osanning vållar också upphovsmannen, kapitel VIII ger med hjälp av Shakespeare ett fint exempel på när en osanning kan vara bättre än sanningen, och kapitel IX sammanfattar hur sanningssökandet i sig utvecklar människan också fränsett resultat inom astronomin, materialfysiken och all övrig framgångsrik vetenskap.

Tilläggs kan att i bokens kapitel I attackeras den postmodernistiska förnekelsen av objektiva sanningar, att essän "We cannot live by scepticism alone" av Harry Collins, *Nature*, Vol 458, 5 mars 2009, är värd att läsas i sammanhanget, och att detsamma kan sägas om understreckaren "Anseende är den nya hårdvalutan" av Lars Strannegård, *SvD*, 10 mars 2009. Slutligen citeras här filosofen Leo Tolstoj med några tankvärda rader i en känd engelsk översättning hämtad från inledningen till kap.14 i *What Is Art and Essays on Art*, Oxford University Press, 1930:

---

<sup>1</sup>Frankfurts korta bok *On Bullshit* har inspirerat en hel del andra författare. Filosofen Colin McGinn försökte på samma förlag (PUP) publicera en likaledes kortfattad bok *Mindfucking*, men förlaget tog avstånd från titeln. Dock boken kom så småningom ut med ett skyhögt pris per sida [red. anm]

I know that most men - not only those considered clever, but even those who are very clever and capable of understanding most difficult scientific, mathematical, or philosophic, problems - can seldom discern even the simplest and most obvious truth if it obliges them to admit the falsity of conclusions they have formed, perhaps with much difficulty conclusions of which they are proud, which they have taught to others, and on which they have built their lives."



### **Russell som tecknad serie**

Covering a span of sixty years, the graphic novel Logicomix was inspired by the epic story of the quest for the Foundations of Mathematics.

This was a heroic intellectual adventure most of whose protagonists paid the price of knowledge with extreme personal suffering and even insanity. The book tells its tale in an engaging way, at the same time complex and accessible. It grounds the philosophical struggles on the undercurrent of personal emotional turmoil, as well as the momentous historical events and ideological battles which gave rise to them.

The role of narrator is given to the most eloquent and spirited of the story's protagonists, the great logician, philosopher and pacifist Bertrand Russell. It is through his eyes that the plights of such great thinkers as Frege, Hilbert, Poincaré, Wittgenstein and Gödel come to life, and through his own passionate involvement in the quest that the various narrative strands come together.

Check

[http://www.logicomix.com/en/index.php?option=com\\_content&view=article&id=92&Itemid=28](http://www.logicomix.com/en/index.php?option=com_content&view=article&id=92&Itemid=28)

# Matematik för försigkomna. Per och Lisa på äventyr

*Lars Gårding*

Den följande texten utgör brättstycken ur en längre text som författaren skriver för sitt höga nöjes skull. Jag har tagit med den inledande delen av första kapitlet för att sätta läsaren i den rätta stämningen, samt ett betydligt senare avsnitt som, enligt författaren belyser svårigheterna att presentera 'calculus' för en bredare publik.

Ulf Persson

## KAPITEL 1. Tal och rätta linjer hos Euklides

Per och Lisa är två pigga tolvåringar som får göra en resa i tiden för att lära sig matematik av en av de allra bästa matematikerna. Researrangören är en berömd trollkarl som kan ordna det så att alla de träffar kan tala svenska. Med på resan har de en bunt papper, en ritbräda, några kulspetspennor, ett par blyertspennor, två suddgummin, en passare, en linjal och en liten sax. Först åker de tvåtusenfyra hundra år tillbaka i tiden och träffar den grekiske matematikern Euklides som skrivit ett berömt arbete om geometri och är villig att dela med sig av sina kunskaper. Han kommer att förklara både det berömda parallellaxiomet och den bekanta sats som heter Pytagoras sats.

### 1 Sand, siffror och linjer

Nu ser Per och Lisa Euklides komma. Han är ungefär femti år och har ett snällt, skäggigt ansikte. Goddag barn, säger Euklides, vad heter ni? Jag heter Lisa och han heter Per säger Lisa. Vi vill lära oss geometri. Det blir nog inte så lätt säger Euklides, men vi kan kanske hinna med det viktigaste. Men då måste ni höra på noga och verkligen försöka förstå. Förresten, vet ni vad ordet geometri betyder? Per svarar att han tror att det är något med trianglar. Men Euklides vet bättre. Ordagrant betyder ordet geo jord och ordet metri mätning. Alltså jordmätning. Sådant var ibland nödvändigt då man stakade ut åkrar och bestämde hur mycket varje bonde hade eller skulle ha. Men nu talar vi inte om jordbruk utan om teori. I den här buntan är allt förklarat säger Euklides och håller upp en tjock pergamentbunt bunden i kraftig oxhud. Den kallas i vardagslag för Elementa som betyder grunder. Alltså geometrins grunder.

Lisa tycker att buntan är bra tjock men säger ingenting. Men Euklides har förstått hennes tvekan och säger: Ni ska inte lära er allt.

Följ med till skolan! säger Euklides och går ett stycke bort till en ganska stor sandplan. Men då protesterar Per. Men det är ju en lekplats. Vi är väl inga småbarn heller!

Euklides låtsas att inte har hört och säger att här ska vi rita våra figurer. Här finns ett rep med knutar för att mäta längd, ett annat rep som man

sträcker för att få raka linjer. Och om man fäster det vid en pinne och går runt med repet sträckt så får man en cirkel. Det är allt som vi behöver. Men Per tycker att det verkar jobbigt och visar att han och Lisa har enklare saker med sig. Han visar att de har papper, linjal, pennor, suddgummi, en passare och en sax.

Euklides tittar förvånad på allt och beundrar Pers och Lisas fina pergament. Det heter papper säger Lisa. Vad gör man med den här lilla saken säger Euklides och håller upp en kulspetspenna. Då ritar Lisa litet på papperet och Euklides som är van vid pergament tycker att det går väldigt fort. Men, säger Per, kan vi inte ta litet siffror först innan vi börjar med geometri. Jag har hört att gamla siffror är konstiga. Bra, säger Euklides nu kan vi jämföra. Jag vet inte så noga vad ni har för siffror. Om ni ritar upp ett till tolv i er siffror så gör jag det samma med mina. Och han skriver

I II III IV V VI VII VIII IX X XI XII

och sedan sätter Lisa pekfingret i sanden och skriver

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Såna krokar säger Euklides. Mina är raka. V betyder fem och X betyder tio. Ettor före betyder att man ska minska och efteråt att man ska lägga till. Jag kan räkna ut vad era siffror betyder fram till 9 men sedan upprepas krokarna. Vad betyder det? Vi har en nolla säger Per. Vad är det frågar Euklides, vi har också noll men det betyder ingenting. Men här betyder det något säger Per. Det betyder att nollan har gjort ettan till en stor etta som betyder tio och till den lägger man ingenting. Du talar i gåtor säger Euklides. Jag förstår inte. Men säger Per, om jag skriver två tior, tre tior och så vidare som

20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120

Aha säger Euklides. Nu förstår jag. Nollan står för en siffra i den meningen att talet ska ha två sifferplatser och sedan tre sifferplatser och så vidare. Inte dumt! Jag har visserligen bara bokstaven C för hundra och ni har tre. Men till exempel åttiotvå skriver jag som LXXXII där L betyder femtio. Medan ni har ett enkelt 82. Ni svänger lätt till hundratusenett så här 100001. Hur det skulle se ut med mina siffror vill jag inte tänka på. Det är svårt för mig att tänka om så att jag med ens har era siffror klart för mig. Jag kommer säkert ibland att förväxla två med sju och tre med åtta. Men jag beundrar systemet. Det är genialt att kunna skriva hur stora tal som helst med bara 10 tecken.

Tänk vad den där Euklides förstår bra tänker Per. Att vi ibland har bara noll och ett tänker jag hålla för mig själv. Men han vill nog börja med figurerna och det gör han nog snart.

Men Euklides är inte riktigt färdig med att beundra Lisas linjal. Den är ju enklare än sanden äger Euklides. Men sanden ger mer tid till eftertanke. Nu tänker jag ställa en fråga. Hur vet man att det blir raka linjer både då man sträcker repet och då man ritar efter linjal? Det är ju helt olika saker! Inte sant? Nej säger Per det kanske blir samma sak då man tänker.

Så är det! Där sa du något väldigt förståndigt berömmar Euklides. Repet och linjalen ger exempel av samma sak. Raka linjer är något som finns i våra huvuden. Där kan vi föreställa oss fullkomligt raka linjer. Vi tänker oss dom och behöver rita bara som illustration av det begrepp som vi har i huvudet. Men jag kan inte rita en rak linje säger Per. Den blir alltid krokig på något sätt. Men jag kan bättre utropar Lisa. Fast dom blir ändå litet krokiga. Men om jag använder en linjal blir dom raka. Men Euklides protesterar. Jag ritade mina raka linjer i sand. Men det är egentligen ett slags fåror och kanten blir aldrig riktigt bra. Och på ert papper gör pennan en smal väg av blyerts eller bläck. Allt blir bara bilder av räta linjer. Då blir Lisa tveksam. Var finns det räta linjer? Finns dom alls?

Men Euklides säger igen att de precis raka linjerna måste vi föreställa oss. Efter många exempel i verkligheten finns den absolut raka linjen i våra huvuden. Vi vet alltid på något sätt om en linje som vi föreställer oss är rak eller inte. Man kan sikta längs den för att se om den är rak föreslår Per. Nej! säger Euklides. Det gör man till exempel med bräder och käppar. Men man kan inte sikta längs något som bara finns i huvudet. Det finns inte utanför oss. — Jag har ett förslag. Att vi alla tre vet vad som menas med en rak linje genom att vi tänker oss en. Man skulle kunna säga att en rak linje i huvudet är ett slags förenkling av det som vi i verkligheten kallar raka linjer. I sand eller på papper kan de inte dras ut hur långt som helst, men i huvudet kan de det. Jag vill lägga till att en del av en rak linje kommer jag att kalla för en sträcka i fortsättningen.

Lisa tänker nu att det nog är bäst att hålla sig till papper, penna och linjal men hon säger ingenting. Men så säger Euklides till Lisa att ta ett rent ark papper och skriva efter diktamen. Med snygg handstil överst på sidan skriver hon så följande mening

*Genom två skilda punkter går precis en rät linje. Två linjer träffas i högst en punkt. Om de aldrig träffas säger man att de är parallella*

Euklides förklarar att ordet rät betyder detsamma som rak men att han är van att säga rät då man talar om geometri och därför ska detta ord användas.

Kan det skrivna vara sant frågar Euklides. Både Per och Lisa föreställer sig två prickar och lägger i tankarna linjalen genom dem och båda svarar: Sant! Sedan tänker de sig två räta linjer och ser att de träffas i en punkt. Men hur gör man för att de aldrig ska träffas? Om man försöker tänka sig att två linjer dras ut mycket, mycket långt blir man snurrig i huvudet.

## 2 Parallella linjer

Men Per hittar ett exempel. Han tänker först på järnvägsspår men förstår att detta skulle kräva många förklaringar för att Euklides skulle förstå och ändrar sig till hjulspår! Det är parallella linjer! Lisa förslår att man kan rita

längs båda sidorna av linjalen. Men Euklides är inte nöjd. Vi har hittills använt huvudet och inte kärror och linjaler. Vi måste fortsätta att arbeta med huvudet. Det blir mer om parallella linjer senare.

Bra säger Euklides, nu kommer vi till trianglar. Det är bäst att Lisa fortsätter att skriva under det föregående följande *Tre punkter som inte ligger i rak linje är hörn i precis en triangel*

Ja men det är klart säger Per. Om de ligger på en rät linje blir det ju ingen triangel!

Men, säger Euklides, med trianglar kommer vi in på vinklar. Triangel betyder ordagrant tre vinklar. Det finns ju tre vinklar i hörnen. Vad är en vinkel för något? Det vet man väl säger Per, det är något med grader. Nej du säger Euklides, det räcker inte alls. Lisa måste skriva en sak till. Och hon skriver *En vinkel är en del av ett varv kring en punkt. Två räta linjer genom en punkt har två par motstående vinklar och fyra par av bredvidliggande vinklar där summan av vinklarna är ett halvt varv. Vinklarna kring en skärningspunkt mellan två linjer ändras inte då linjerna parallellförskjuts.*

Va svårt! säger Per och Lisa i korus, men Euklides är obeveklig. Första meningen är inte svår. Och Euklides föreslår ett antal vinklar: ett halvt varv, ett tredjedels varv, ett tiondels varv och så vidare. Och Per säger att en grad är ett trehundraextensiondels varv och Euklides säger att den viktigaste vinkeln är ett fjärdedels varv, den kallas rät säger Euklides. Eller 90 grader påstår Per och Euklides säger att det är också rätt men vi säger rät vinkel i den här skolan.

Och nu kommer de till den andra meningen i det som Lisa skrivit. Tänk efter! säger Euklides. Det är så enkelt att man inte behöver rita något på papperet. De två paren av vinklar ligger emot varandra, vinklarna som tillsammans är ett halvt varv ligger på samma sida om en av linjerna.

Men vi måste ha en bild säger Per. Annars snurrar det i huvudet. Euklides ger med sig, de två linjerna ritas och när linjalen vrids kring skärningspunkten blir allt klart: det handlar om två delar av ett varv som tillsammans blir ett halvt varv. Men barnen är inte nöjda. Vad menas med parallellförskjutning frågar Lisa. Det, säger Euklides, betyder att man ritat upp en ny linje som är parallell med den första. Så enkelt säger Per, men det där med vinklarna? Då behövs det en figur och sedan är det klart om man tänker sig att man själv flyttar linjerna säger Euklides. Får man det frågar Lisa. Ja, för att jag säger det säger Euklides. Men då du har fått tid att fundera kommer vi att vara överens och du själv tycka som jag.

Nu ska vi sätta ihop vinklar och räta linjer säger Euklides. Och han ritat upp två parallella linjer och en tredje som skär dem båda. Så markerar han två vinklar och säger att de är alternativvinklar. Det måste jag skriva upp säger Lisa och så skriver hon. Dom är lika stora säger Euklides och pekar på en tredje som är lika stor som varje alternativvinkel. Alltså är de lika stora. Och det förstår alla. Nu ska vi få en riktig godbit säger Euklides och dikterar för Lisa *Vinkelsumman i en triangel är två räta* Men trianglar kan ju

se mycket olika ut säger Per. Men i alla är vinkelsumman lika med två rätta säger Euklides. Och han ritar en triangel och en linje genom toppen som är parallell med basen. Så säger han att här har vi två par av alternatvinklar... Jaha skriker Lisa, det blir ju ett halvt varv. Bra säger Euklides. Så är vi färdiga med denna juvel och menar satsen, inte Lisa.

Efter en liten paus måste Lisa skriva igen.

*En triangel är bestämd av en sida och de två vinklarna vid denna sida.*

Det bevisar jag själv säger Euklides och ritar upp en triangel med blyerts. Sedan suddar han bort två sidor utom två små stycken vid den tredje sidan. Här blir det två vinklar och om man förlänger vinkelbenen så får man tillbaka sidorna. Det är ju klart. Så är det säger Euklides och eftersom han har ritat så klart så förstår Lisa och Per vad han säger. Bra med suddgummit säger Euklides men det går lika bra i sanden.

.....

## KAPITEL 11 Differentialer

Det är nu ett tag sedan Per och Lisa åkte och lärde sig om matematik. Under tiden har ett lärarkollegium samlats hos Arkimedes som också var ordförande. Närvarande var förutom Arkimedes, Leibniz, Kant och Calculius. Det diskuterades om Lisa och Per var mogna för den högre matematiken. Arkimedes var tvehågsen och de övriga också med undantag av Leibniz. I sitt anförande framhöll han att det begrepp som han skapat, differentialen och differentialkalkylen alltid ansågs höra till de höga matematiken men att man borde göra ett försök med barnen där det skulle framhållas att differentialer var påhittade objekt som kunde användas för att ge räkneregler ett visuellt innehåll. De andra, var och en med en traditionell utbildning var till en början tveksamma men gav till slut med sig. Nu skall barnen få sig en dos differentialkalkyl och integral också sa Kant. Annars blir det ofullständigt. Sagt och gjort, barnen togs en natt från sängen och fraktades till Calculius' bostad och lilla skola.

Nå, säger Calculius, jag har ju lärt er åtskilligt. Till exempel vad en funktion är. Det är bäst att jag säger det själv: i det vanliga livet säger man att något är en funktion av något annat. I matematiken är både något och något annat variabler som vi kan kalla  $y$  och  $x$  och skriver att  $y$  är en funktion av  $x$  som en formel  $y = f(x)$  vilket betyder att funktionens värde för  $x$  är  $y$  eller, ännu hellre, flyttar man på  $x$  så flyttar  $y$  efter enligt regeln  $f$ , dvs  $y = f(x)$ . Ett viktigt exempel får man då  $x$  och  $y$  är tal men de kan egentligen vara vad som helst, t.ex. är  $x$  medeltalet per dag av molntätheten på himlen och  $y$  medelantalet solskenstimmar per dag. Bakom det teoretiska finns en oändlig verklighet.

Nu kommer jag till differential som betyder skillnad på latin. Som operation betecknas differentialen med  $d$  och kan operera på en funktion  $f$  så att  $df(x)$  betyder att man betraktar en allmän skillnad mellan  $f(x)$  och ett annat

funktionsvärden, till exempel  $f(x+h)$  så att skillnaden blir  $f(x+h) - f(x)$  med ett obestämt  $h$ . För att få sin fulla kraft måste differentialen operera på snälla funktioner som inte hoppar eller viker av tvärt. Sådana funktioner har en tangenriktning vilket betyder att  $f(x+h) - f(x) = ah + o(h)$  där  $a$  är ett tal och  $o(h)$  är mindre än  $h$  för små  $h$ . Talet  $a$  skrivs också som  $f'(x)$  som kallas funktionens derivata i punkten  $x$  och betyder lutningen av tangenten till kurvan  $y = f(x)$  i punkten  $x$ . Vi gör en figur och räknar ut derivatan för ett antal funktioner

$$x, 13x, x^2, 2x + 3x^5, \sin x \text{ för } x = 0;$$

om ni kan. Detta är ett övningsområde och fordrar tid som ni får ge av er egen upplysning Calculus. Men nu är jag tillbaka till en plan kurva  $y = f(x)$  och går ett litet stycke fram med differentialen  $d$  och får då

$$dy = df(x) = f(x+dx) - f(x) = f'(x)dx$$

där  $dx$  är ett litet stycke  $x$ . Detta stycke av drömlig matematik har vi av Leibniz. Fördelen är lätta räkningar i harmoni med det mänskliga intellektet. Bilden skulle vara ofullständig utan äktenskapet mellan differential och integral som ser ut så här

$$\int_a^b f(x)dx$$

där den inledande kroken (integral) är ett slags summatecken och det hela uttalas 'integralen av  $f$  från  $a$  till  $b$ '. Med en tät växande talföljd  $a = x_1, x_2, \dots, x_k = b$  är integralen nära summan

$$f(x_1)(x_2 - x_1) + \dots + f(x_{k-1})(x_k - x_{k-1})$$

och approximationen blir bättre med en allt tätare talföljd. Observera det nära sambandet mellan denna summa och integralens  $f(x)dx$  ovan. Det här betyder att integralen kan räknas ut fast med stort bevar. Mindre besvär har man om man har hittat en funktion  $F(x)$  med derivatan  $f(x)$  så att  $dF(x) = f(x)dx$ . Då är integralen lika med  $F(b) - F(a)$  vilket stämmer med den allmänna definitionen (det lätta beviset har vi inte tid med nu) men också symboliskt

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b dF(x) = F(b) - F(a)$$

Vi har bråttom så att det här får räcka om integral tills vidare säger Calculus och fortsätter med differential och derivata.

Jag ska använda vår lilla kalkyl för att derivera exponentialfunktionen  $e^x$  som ni har mött förut. Den har egenskapen att  $e^{x+y} = e^x e^y$  och ges av en konvergent serie

$$e^x = 1 + x^2/2 + \dots = \sum x^k/k!.$$



där  $k! = 1 \times 2 \times \dots \times k$ . Vi använder differentialer och får  $e^{x+dx} = e^x(1 + dx + \dots)$  varav  $de^x = e^x dx$  så att funktionen är sin egen derivata. Derivatans av en sammansatt funktion  $f(g(x))$  ges av

$$df(g(x))/dx = (df(g)/dg(x))(dg(x)/dx)$$

så att  $f(g(x))' = f'(g(x))g'(x)$ , en regel som smyger in i medvetandet. Vi ska använda den för att räkna ut derivatan av en potens  $x^a = e^{ta}$  om nu  $e^t = x$ . Och vi får

$$dx^a/dx = de^{ta}/de^t = ae^{(a-1)t} = ax^{a-1}$$

för varje reellt  $a$ . Att  $[x^a]' = ax^{a-1}$  ska ni kunna utantill säger Calculius. Och nu räknar vi ut derivatan av  $(1+x^2)^a$ . Den blir enligt den allmänna regeln  $a(1+x^2)^{a-1} \cdot 2x$ , eller hur? Nu har vi nog tillräckligt för fortsättningen förmanar den store ledaren. Nej, han ångrar sig och skriver ner derivatorna av polära koordinater i planet, dvs  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ . Man har

$$d \cos \theta = -\sin \theta d\theta, d \sin \theta = \cos \theta d\theta$$

och man räknar ut att

$$dx^2 + dy^2 = r dr d\theta.$$

Hittills har vi bara förklarat, nu ska vi göra något, nämligen ett bågsegment säger Calculius. Går man längs kurvan  $y = f(x)$  kan man gå ett stycke  $dx$  i  $x$ -alens riktning och sedan vinkelrätt längs ett stycke  $dy$  i  $y$ -axelns riktning så att man kommer tillbaka till kurvan. Med  $dx + dy$  har man då i stort sett förflyttat sig längs kurvan ett stycke med längden  $ds \sqrt{dx^2 + dy^2}$  där  $s$  betyder kurvans längd. Sätter vi in  $dy = f'(x)dx$  så får vi uttrycket

$$ds = \sqrt{1 + |f'(x)|^2} dx$$

får kurvlängdens differential. Jag ger ögonblickligen ett exempel,  $ds = \sqrt{1 + 4x^2} dx$  för parabeln  $y = x^2$ . Man ser här att ett parabelstycke  $ds$  över  $dx$  är lika långt som  $dx$  då  $x = 0$  men mycket större för stora  $x$ , något som blir alldeles klart av en liten figur. I det allmänna fallet ser man det samma och det allmänna förhållandet att allt är större än varje projektion. Vi måste räkna ut en båglängd här och kan tills vidare inte göra det för en parabel, men för en cirkel i formen  $\sqrt{x^2 + y^2} = 1$  eller  $x = \cos \theta$ ,  $y = \sin \theta$  där  $\theta$  är vinkeln. Här är  $dx = -\sin \theta d\theta$  och  $dy = \cos \theta d\theta$  så att  $ds = d\theta$  vilket ger den bekanta båglängden längs enhetscirkeln efter litet trolleri med differentialer.

Innan vi gör båglängd i flera variabler måste vi repetera det där med vektorer  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , deras längder  $|x| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$ , skalärprodukt  $(x, y) = x_1 y_1 + \dots + x_n y_n$  mellan två vektorer och cosinus för vinkeln  $\theta$  mellan dem,

$$\cos \theta = (x, y) / |x| |y|$$

Vi låtsas att vi har en snäll yta  $y = f(x)$  som ligger över ett bottenplan med variablerna  $x_1, \dots, x_n$  där  $y = 0$  och vill veta vilket ytelement som ligger över ett ytelement  $dx_1 \dots dx_n$ . Vi har ju på ytan att

$$dy = df = f_1 dx_1 + \dots + f_n dx_n$$

där  $f_k = df(x)/dx_k$  är derivatan av  $f$  med avseende på  $x_k$ . I hela rummet är vektorn  $z = (1, -f_1, \dots, -f_n)$  vinkelrät mot ytan vilket man ser ovan med  $dy = 0$  och vertikalriktningen är  $(1, 0, \dots, 0)$ . Det följer att cosinus för vinkeln mellan tangentplanet och vertikalen är  $1/|z|$ . Storleken hos tangentplanet differential är alltså

$$|z| dx_1 \dots dx_n = \sqrt{1 + |f_1|^2 + \dots + |f_n|^2} dx_1 \dots dx_n$$

precis som för en kurva. Som exempel tar vi ytan av en avskärning av en halvsfär med  $z = f(x, y) = \sqrt{1 - r^2}$  med  $r^2 = x^2 + y^2$ . Här är  $f_1 = x/f(x, y)$ ,  $f_2 = y/f(x, y)$  och ytelementet

$$\sqrt{1/(1 - r^2)} dx dy = r dr d\theta / \sqrt{1 - r^2} = dz d\theta$$

om vi inför polära koordinater och observerar att  $dz = r dr / \sqrt{1 - r^2}$ . Ytmåttet av ett snitt av halva sfären där  $a > z > b > 0$  är alltså  $2\pi(a - b)$ . Alltså är enhetssfärens yta lika med  $4\pi$ , båda förvånande resultat som först finns hos Arkimedes.

Vid denna punkt kan vi nämna ännu en god egenskap hos differentialerna. Produkten av differentialer  $df_1 \dots df_n$  skall anses vara skevsymmetrisk, dvs byta tecken varje gång man byter ordningen mellan två differentialer, enklast  $dy \bullet dx = -dx \bullet dy$ . För att inte överanstränga punkten har man infört ett speciellt tecken för detta slags multiplikation,  $dy \wedge dx$ . Med denna får man en koncis definition av determinant

$$df_1 \wedge \dots \wedge df_n = \det F dx_1 \wedge \dots \wedge dx_n$$

där  $f_1, \dots, f_n$  är snälla funktioner av oberoende variabler  $x = (x_1, \dots, x_n)$  och

$$df_k(x) = f_{k1} dx_1 + \dots + f_{kn} dx_n.$$

Ett enkelt exempel

$$(f_{11} dx_1 + f_{12} dx_2) \wedge (f_{21} dx_1 + f_{22} dx_2) = (f_{11} f_{22} - f_{12} f_{21}) dx_1 \wedge dx_2.$$

Detta blir litet ofullständigt säger Calculius, men jag slutar för nu är det middagsdags med filéer och godis. Och sedan blev det läggdags och så vaknar Per och Lisa i sina egna sängar litet omskakade av nattens matematik som nu ligger i deras undermedvetna och väntar på upptäckt.

## Matematikundervisningen i Danmark

*Sverker Lundin*

*Matematikundervisningen i Danmark i 1900-talet* (Syddansk Universitetsforlag, 2008) är en bred och faktpäckad historisk redogörelse. Tio författare med skiftande bakgrund inom pedagogik, didaktik och matematik, har bidragit. De totalt drygt 930 sidorna är fördelade över två band: det första, *Grundläggande regning og matematik* inleds med en översiktlig beskrivning av 'århundradet då matematik blev något för alla' för att sedan ta upp folkskolan och lärarutbildningen under första respektive andra halvan av 1900-talet, och slutligen den på 1960-talet inrättade grundläggande vuxenutbildningen. Band två, *Gymnasial og videregående matematik*, behandlar de delar av utbildningssystemet som riktar sig till äldre barn och ungdomar: gymnasiet, det yrkesförberedande gymnasiet och universitetet.

I förordet förklaras att bokens syfte är att presentera en väldokumenterad historieskrivning som kan ge anledning till reflektion över matematikundervisningens betydelse, snarare än att presentera en sammanhängande teoretisk förklaring och analys. Vældokumenterad historieskrivning är också precis vad boken innehåller. Läroböcker, kurs och läroplaner, utredningar, lagar, rapporter, artiklar i lärartidningar liksom skönlitterära verk används för att ge en rik bild av var och en av de många institutioner inom vilka det bedrivits matematikundervisning under 1900-talet. Vi får ta del av lärarens, politikerns och forskarens perspektiv såväl som den framgångsrika respektive vanmäktige elevens. En relativt stor del av texten utgörs av citat, vilka ger en direkt inblick i de resonemang som fördes vid olika tidpunkter. Vi får också ta del av en rad utdrag ur läroböcker, samt examensskrivningar hämtade från olika delar av utbildningssystemet.

Genom sitt rika empiriska material utgör boken en förträfflig ingång till den danska skolmatematikens historia som borde intressera såväl lärare som forskare - och om jag själv fick bestämma, även en bildningstörstande allmänhet. För mig var det fascinerande att jämföra utvecklingen i Danmark med den i Sverige. Föga oväntat löper de två, med undantag för mindre variationer och kronologiska förskjutningar, sida vid sida. 1900-talet inleds med en kritisk diskussion fokuserad på vikten av föreståelse i motsats till mekaniskt algoritmföljande och utantillkunskaper. Detta glider sedan, under 1920-talet, över i ett större fokus på elevernas förmåga att räkna snabbt och rätt. Liksom Sverige hade Danmark sin särpräglade variant av 'den nya matematiken' kring 1970 - karaktäriserad som ett katastrofalt misslyckande där som här och följt av rader av reformförsök. Under 1900-talet: blir folkskola och läroverk enhetsskola; rensas den euklidiska geometrin bort ur läroplanerna; smälter ämnena räkning och aritmetik samman i det allomfattande ämnet matematik; användes samma läroböcker i räkning från 1920 till 1960 i Danmark, vilket kan jämföras med att Alfred Bergs räkneböcker

från 1879 i Sverige trycktes i nya upplagor fram till mitten av 1950-talet, och så vidare. För den nyfikna finns här mycket att upptäcka.

Med detta sagt vill jag nu redovisa några kritiska synpunkter. Många skulle säkert hålla med mig om att dagens skolmatematik - i Sverige såväl som i Danmark och på andra håll i världen - i stor utsträckning misslyckas med att leva upp till det man förväntar sig av den. Trots att eleverna får ägna väldigt mycket tid åt att försöka lära sig matematik i skolan, och trots en lång tids strävan efter att göra undervisningen meningsfull och intresseväckande, är det allt för många som misslyckas med matematiken i skolan, och en hel del som från skolan dessutom tar med sig mycket negativa föreställningar om sin egen förmåga att använda matematik.

I mitt eget arbete med den svenska skolmatematikens historia har jag sett att man under lång tid uppfattat skolmatematiken på detta sätt. När man vänt blickarna bakåt har man sett mekanisk räkning, utantillkunskaper och själdödande tristess - verkställd av en äldre generation matematiklärare olyckligt fångade i en tro på vad man brukar kalla 'traditionella undervisningsmetoder'. Blickandes framåt har man föreställt sig kreativt problemlösande, självständigt upptäckande, kontakt mellan skola och verklighet, öppningar för dialog, och så vidare. Runt om kring sig har man sett ett möte mellan tradition och förnyelse.

Karaktäristiskt är att detta synsätt saknar historiskt djup. Man kan kanske gå så långt som till att säga att det förutsätter en frånvaro av historiskt djup. För om man blickandes bakåt såg sin egen utopiska framtid glasklart formulerad för femtio eller hundra år sedan - skulle det inte stämma till eftertanke och reflektion? Skulle man då inte tvingas konfrontera det faktum att själva mötet tycks vara skolmatematikens status quo, och istället för den tacksamma polariseringen mellan det egna nya och de andras gamla, söka en förståelse av varför det nya hela tiden finns närvarande på pappret och i fantasin, medan den praktiska verkligheten samtidigt och oupphörligen framträder som det gamla?

Problemet med att, som författarna skriver i sitt förord, inte eftersträva teoretisk förståelse och förklaring utan istället låta historien tala för sig själv med en mångfald av röster, är att dessa röster genom författarna fås att tala vår tids språk. Vad jag syftar på här är den stora mängd förgivettaganden rörande skolan och matematiken som idag binder samman diskussionen kring grundläggande utbildning. Till dessa hör: att det finns något sådant som *kunskaper i matematik* vilka har formen av *matematiska begrepp* som (i bästa fall) *tar form* inom eleverna då de deltar i en viss typ av *begreppsbyggande praktiker*; att man för att ha en chans att nå fram till fullt utvecklade sådana begrepp måste *börja i mycket unga år*, och sedan ägna *flera timmar varje vecka* åt begreppsutveckling fram till övre tonåren, på *särskild plats*, arrangerad av *särskilt utbildade lärare*; att begreppsutveckling gynnas av *åskådlighet, anknytning till vardag och framtida yrkesliv, självständig kreativ problemlösande aktivitet* samt *språklig kommunikation*; att frånvaro av rik-

tiga matematiska begrepp utgör en viktig begränsande faktor vad gäller förmågan att utföra *produktivt arbete, fatta beslut i sin vardag*, liksom att *delta aktivt i det demokratiska samhällslivet*. Riktiga eller inte utgör föreställningar liknande dessa den horisont inom vilken vår tids diskussion kring grundläggande matematikutbildning rör sig och i *Matematikundervisningen i Danmark i 1900-tallet* framträder skolmatematikens historia inom denna horisont.

Min upplevelse vid läsningen kan liknas vid ett möte, där jag introduceras till en ny person av en vän. Min vän är mån om att jag skall lära känna nykomlingen och förklarar vem han är, varifrån han kommer, hur han resonerar, och så vidare. Men när jag hör hans egen röst inser jag genast att min vän misstagit sig, att jag själv ser något helt annat, långt mer främmande och långt mer fascinerande än min vän tycks förstå, och får därför stor lust att möta min nya bekantskap på tu man hand. Precis som den svenska skolmatematikens historia, bär den danska på en potential att förflytta oss till en ny plats. För mig är en sådan resa det självklara målet med historiska undersökningar. Den detaljrika och svåröverblickbara redogörelse man erbjuds här, är för detta ändamål ett dåligt fortskaffningsmedel.

I fogarna mellan de många citaten kommer vår tids förutfattade mening till uttryck. Det som sägs placeras på en linje som sträcker sig från det förflutnas inadekvata tradition till vår tids moderna skolmatematik; vissa sägs vara före sin tid, det vill säga oväntat moderna, medan andra får rollen som bakåtsträvande bromsklossar. För det mesta sägs ingenting alls, vilket genom materialets kronologiska ordning skapar en diffus känsla av långsam progression. Skolmatematikens historia har en potential att kullkasta de allra mest grundläggande föreställningar om skolan och matematiken. Den vände min värld uppochner och gjorde mig till en ofrivillig främling i den skolmatematiska diskussionen. Den som läser *Matematikundervisningen i Danmark i 1900-tallet* behöver inte vara särskilt orolig för att drabbas av sådana åkommor. Att läsandet skulle vara helt riskfritt kan jag dock inte svära på .

## Lennart Sandgren Död

*Jaak Peetre*

I det att LS gått bort har samfundet åter drabbats av en stor förlust. Tillsammans med parhästen den tidigt avlidne CHC var han väl för Samfundets medlemmar känd som läroboksförfattare i matematik. LS levde till hög ålder, men led mot slutet av en svår diabetes. När jag förberedde mig för min artikel om HC i Utskicket ringde jag upp honom, och då upplyste han mig i sin vanliga lugna ton att man tagit bort hans båda ben.

Jag råkade dessa bägge redan 1953/54, då de gjorde provår på Lunds Katedral skola<sup>1</sup> medan undertecknad var elev i realgymnasiets högsta ringar.

Både S och HC ansågs vara stora pedagogiska förmågor, men jag betraktade alltid LS som den främste av dem. Under provårstiden gav han oss på en provräkning ett tal om kägelsnittens brännpunktsegenskaper – typisk överkurs, troligen hämtad ur geometriboken, som jag hade förvärvat mig genast då den kom ut 1953. Numera har jag skänkt de flesta av mina matematiska böcker till Lunds MC, men de två av ”Hyltacalle” har jag alltför kvar som relik. (Jag har aldrig hört talas om Sandgrens bok, alltid denna Hyltacalle! Klart orättvist!)

I maj 1954 tog jag studenten på ’Katte’ och på hösten började jag studera på matematiska institutionen i en helt nybyggd fastighet. Samtidigt med Jan-Erik Roos, från Halmstad. Vi två fick genast genistämpeln på oss (det värsta som kunde hända unga män<sup>2</sup>) och refererades hädanefter som radarparet ”Roos och Peetre”. En mulen höstkväll ringde LS på i mina föräldrars lägenhet på Måsvägen, då i stadens utkant och under ljusa dagar med Köpenhamnsutsikt, och lånade mig sitt exemplar av Goursats ”Cours d’analyse” – bibeln för svenska matematikerna innan S och HC dök upp på scenen.

En stor händelse i Lund våren 1955 var två disputationer, av LS och litet senare HC, med från utlandet hämtade 1-a opponenter. Jag var närvarande på LS disputation. Opponent var fransmannen Jacques-Louis, som kom att spela en stor roll i mitt liv. Givetvis talade han enbart franska.

HC disputation skippade jag dumt nog, av ungdomligt övermod. (Läs om detta vad jag skrev i Utskicket.)

Både HC och LS blev efter disputationer docenter, vilket var en rent formell, till intet pliktande upphøjelse. HC blev så småningom universitetslektor och som sådan mycket uppskattad av elever såväl som kolleger. LS lyckades inte få en akademisk tjänst och lämnade snart fältet, för att ägna sig åt en ämbetsmannas karriär. Hans främsta position var väl som landshövding i Stockholms län.

---

<sup>1</sup>”Katte”, grundad kring år 1000 av Knut den Helige, kung av England och Danmark, senare förlagd till den tomt i Lund, där CXII residerade under sina 3 år i staden, man väntade en invasion från de allierade, ryssar och danskar, men lyckligtvis blev tsar Peter ovän med danske kungen och åkte hem. Annars hade Skåne varit danskt även denna dag.

<sup>2</sup>Kvinnor fanns inte på den tiden!

## Samfundets Årsmöte i Uppsala

### *4:e juni*

|               |                                                                                 |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| 13:00 - 13:10 | <i>Inledning av vårmötet</i>                                                    |
| 13:10 - 14:00 | <i>Andreas Strömbergsson</i> , TBA                                              |
| 14:10 - 15:00 | <i>Magnus Jacobsson</i> , TBA                                                   |
| 15:00 - 15:30 | Kaffe                                                                           |
| 15:30 - 16:20 | <i>Tobias Ekholm</i> , presentation av<br>2009 års Abelpristagare <b>Gromov</b> |
| 16:30 - 17:00 | Årsmötesförhandlingar                                                           |
| 18:00 -       | Middag                                                                          |

### *5:e juni*

|               |                                                                                                                  |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 08:30 - 09:20 | <i>Pär Kurlberg</i> ,<br>Lattice points on spheres and the discrete<br>velocity model for the Boltzmann equation |
| 09:20 - 09:50 | Kaffe                                                                                                            |
| 09:50 - 10:40 | <i>Bernt Wennberg</i> , TBA                                                                                      |
| 10:50 - 11:00 | Wallenbergpriset                                                                                                 |
| 11:00 - 11:25 | <i>Ralf Fröberg</i> presenterar 2009 års<br>Wallenbergspristagare <b>Mats Boij</b>                               |
| 11:25 - 11:50 | <i>Hans Wallin</i> presenterar 2009 års<br>Wallenbergpristagare <b>Kaj Nyström</b>                               |

## **Dynamical trends in Analysis**

*May 27 - 30, 2009*

*Stockholm, Royal Institute of Technology (KTH)*

This conference will focus on dynamical methods and ideas in analysis. Several world-leading experts will represent various aspects of the interaction between these subjects.

*Scientific Committee:*

L. Carleson, H. Eliasson, K. Johansson, P. Jones, M. Lyubich, S. Smirnov

*Organizing Committee:*

K. Bjerklov, A. Karlsson, M. Saprykina, S. Smirnov

*Invited speakers:*

- K. Astala (University of Helsinki)
- V. Baladi (ENS, Paris)
- J.-P. Eckmann (Université de Genève)
- H. Eliasson (Paris 7)
- J. Graczyk (Orsay)
- P. Jones (Yale)
- M. Jonsson (University of Michigan)
- A. Kupiainen (University of Helsinki)
- F. Ledrappier (University of Notre Dame)
- N. Makarov (Caltech)
- F. Przytycki (Polish Academy of Sciences)
- N. Sibony (Orsay)
- S. Smirnov (Université de Genève)
- M. Sodin (Tel Aviv University)
- M. Viana (IMPA)
- M. Zinsmeister (Université d'Orléans)

If You plan to attend the (free) conference, please send an email to the address below.

`dynamictrends` at `math dot kth dot se`  
further information on  
<http://www.math.kth.se/dynamictrends/>



## Svenska Matematikersamfundets styrelseberättelse

### verksamhetsåret 08/09

Samfundet har 447 individuella medlemmar, varav 350 är ständiga medlemmar, sedan tillkommer 19 institutionella medlemmar. Styrelsen har under året haft följande sammansättning:

Nils Dencker, ordförande  
Tobias Ekholm, vice ordförande  
Pavel Kurasov, sekreterare  
Milagros Izquierdo Barrios, skattmästare  
Jana Madjarova, femte ledamot

Denna styrelseberättelse avser verksamhetsperioden juni 2008 – maj 2009. Styrelsearbetet har till största del bedrivits med epostutväxling, men även med traditionella styrelsemöten.

Verksamhetsperioden inleddes med att styrelsen omvaldes vid *årsmötet* i Göteborg den 13–14 juni. Årsmötet bjöd också på ett varierat program under temat *Matematiker i näringslivet* med föredrag som behandlade matematikers roller och arbetsuppgifter inom läkemedelsbranchen, bankvärlden och konsultverksamheten.

Samfundets *höstmöte* ägde rum i Linköping 28–29 november under det traditionsenliga temat *Juniora matematiker*. Förutom huvudtalaren Petter Brändén, en av 2008 års Wallenbergpristagare, deltog 28 juniorer varav 16 presenterade sin forskning. Deltagarna tyckte att mötet var mycket lyckat, och det finns all anledning att fortsätta arrangera detta evenemang.

Utbildningsdagarna samarrangerades liksom förra gången med NCM, Nationellt Centrum för Matematikutbildning, i Göteborg den 28–29 april. Temat var *Vägar till att öka intresset för matematik*, och huvudtalaren var Marcus du Sautoy, som är professor både i matematik och ”Public Understanding of Science” vid Oxfords Universitet. Det hölls även föredrag om matematiska beräkningsverktyg och kärnkraftssäkerhet, och Jana Madjarova höll problemlösningseminarier. Det var ca 140 lärare som deltog och det upplevdes som ett mycket trevligt arrangemang.

*Skolornas matematiktävling* för gymnasister, är en av Samfundets viktigaste utåtriktade aktivitet. Årets finalomgång genomfördes på KTH den 22 november, där Gabriel Isheden vann före Rickard Norlander, båda från Danderyds gymnasium, och trea blev Peter Zarén från Katedralskolan i Uppsala. Tävlingen har helt självständigt arrangerats av tävlingskommittén, som detta år bestod av:

Dag Jonsson (ordf), Uppsala universitet  
Göran Wanby (sekr), Lunds universitet  
Thomas Gunnarsson, Luleå tekniska universitet

Peter Kumlin, Chalmers/Göteborgs universitet  
Jana Madjarova, Chalmers/Göteborgs universitet  
Rikard Olofsson, KTH, Stockholm  
Victor Ufnarovski, Lunds universitet  
Paul Vaderlind, Stockholms universitet  
Johan Wästlund, Chalmers/Göteborgs universitet

Styrelsen vill tacka kommittén för det stora arbete som den nedlägger på tävlingen och det efterföljande olympiaddeltagandet.

En annan utåtriktad aktivitet till gymnasister som Samfundet stödjer ekonomiskt är *Sonja Kovalevski-dagarna*, som arrangerades i Uppsala den 7–8 november.

Mycket av Samfundets verksamhet har som avsikt att stimulera och hjälpa yngre förmågor inom matematiken, och en viktig del av detta är utdelandet av Essén- och Wallenbergstipendierna. Tyvärr orsakade finanskrisen att den nya Peetrefonden inte fick en positiv avkastning på sitt kapital, så utdelandet av de stipendierna fick skjutas upp till nästa år. Samfundet har för övrigt klarat finanskrisen relativt bra; tack vare skattmästaren Milagros Izquierdo Barrios' konservativa placeringsstrategi har tillgångarna minskat med enbart ca 7,5 %. För en mer detaljerad redogörelse, se årets resultaträkning.

Förberedelserna för årsmötet i Uppsala den 4–5 juni pågår för fullt, temat är *Matematik inspirerad av statistisk mekanik*. En höjdpunkt under årsmötet blir Samfundets utdelande av Wallenbergpriset, som i år delas av Mats Boij, KTH, och Kaj Nyström, Luleå. Dessa får priset efter förslag från en kommitté bestående av Björn Gustafsson, Per Salberger och Jeffrey Steif (ordf). Samfundet vill tacka kommittén för det omsorgsfulla arbete den lägger ner på att välja ut pristagarna.

Styrelsen har efter en lång diskussion beslutat att Samfundet ska ha en logotyp. En tävling för att välja en lämplig sådan pågår för närvarande.

Samfundet ska även sköta de internationella kontakterna, speciellt med det europeiska matematikersamfundet EMS som SMS är medlemsamfund i. Samfundet har deltagit i ett möte som EMS organiserade i Warszawa den 9–10 maj, med ordförandena i de europeiska medlemssamfunden samt ICIAM's ordförande Rolf Jeltsch. Där utbyttes erfarenheter och EMS ordförande Ari Laptev informerade om vad som händer på den europeiska forskningsfinansieringsfronten. De nordiska matematiksamfundens ordföranden ska mötas i Oslo i samband med Abelprisets utdelande den 19 maj. Årets matematiska höjdpunkt var den 5:e europeiska matematikkongressen 5ECM den 14–18 juli i Amsterdam.

*Medlemsutskicket* är numera Samfundets viktigaste kommunikationskanal med både information och debatt, utkommande tre gånger om året under redaktören Ulf Perssons handfasta ledning. Ulf är även redaktör för *Normat*, som är en av de två tidskrifter som Samfundet tillsammans med de andra

nordiska matematiksamfunden är huvudman för. Den andra är *Mathematica Scandinavica*, där Arne Meurman har avgått som redaktör, efterträdd av Torsten Ekedahl. Samfundet vill tacka Arne för att han länge och förtjänstfullt ställt upp som redaktör.

En annan viktig informationskanal är Samfundets hemsida. Sekreteraren Pavel Kurasov har under året gjort ett mycket bra och välbehövligt arbete med att underhålla och utveckla vår hemsida.

Till sist vill styrelsen tacka lokalombuden för att de ger Samfundet en snabb kommunikationskanal direkt ut till våra medlemmar inom högskolesektorn.

Lund den 11 maj på styrelsens vägnar

Nils Dencker  
Ordförande

◇ ◇ ◇ ◇

## En Årsbok för Samfundet?

*Ulf Persson*

Det har förekommit förslag på att Samfundet skall ge ut en årsbok. Svenska Fysikersamfundet har gjort detta under många decennier, en årsbok som åtminstone för några årtionden sedan även spreds bland gymnasielärarna i fysik. Skulle Samfundet kunna göra något liknande? Vari skulle denna bestå? Ett urval och redigering av de bästa artiklarna från det gångna årets Utskick (Matematiskt Forum)? Därtill kompletterat med nyskrivet material med längre framförhållning? Eller skall vi förena detta initiativ med ett tidigare förslag att ge ut en skriftsamling? Skulle man kunna tänka sig att Lars Gårdings skröna om Lisa och Per publiceras i sin helhet? (Med eller utan kompletterande material?). Eller skall man vara så radikal att man slopar (eller drastiskt 'slimmar') den nuvarande formen av tre periodiskt återkommande Utskick och istället publicerar detta material i bokform en gång om året, professionellt tryckt och inbundet?

Jag kastar fram några förslag för läsekretsen att reagera på och välkomnar synpunkter inför nästa Utskick (första Matematiskt Forum?).

## Svenska matematikersamfundet Resultaträkning

för året 1 maj 2008 till 30 april 2009

### Intäkter

|                                             |                   |
|---------------------------------------------|-------------------|
| Medlemsavgifter, individuella årsbetalande  | 6 000 kr          |
| Medlemsavgifter, institutioner årsbetalande | 86 500 kr         |
| Medlemsavgifter, ständiga medlemskap        | 15 000 kr         |
| Medlemsavgifter, EMS                        | 2 875 kr          |
| Räntor och utdelningar                      | 3 606 kr          |
| Donation Wallenberg                         | 300 000 kr        |
| <b>Underskott</b>                           | <b>4 359 kr</b>   |
| <b>Summa</b>                                | <b>418 340 kr</b> |

### Kostnader

|                           |                   |
|---------------------------|-------------------|
| Möteskostnader            | 50 931 kr         |
| Resestipendier och bidrag | 37 710 kr         |
| EMS-avgifter              | 16 880 kr         |
| Förvaltningskostnader     | 6 133 kr          |
| Diverse                   | 6 686 kr          |
| Wallenbergpriset          | 300 000 kr        |
| <b>Summa</b>              | <b>418 340 kr</b> |

### Balansräkning

| <b>Tillgångar</b>                                         | <b>2009-04-30</b> | <b>2008-04-30</b> |
|-----------------------------------------------------------|-------------------|-------------------|
| Postgiro                                                  | 34 827 kr         | 40 385 kr         |
| SEB checkkonto                                            | 15 915 kr         | 19 795 kr         |
| SEB företagskonto                                         | 60 678 kr         | 599 kr            |
| SEB special inlåningskonto                                | 0 kr              | 80 000 kr         |
| SEB fondkonto                                             | 791 906 kr        | 841 780 kr        |
| <b>Summa</b>                                              | <b>903 326 kr</b> | <b>982 559 kr</b> |
| <b>Skulder och eget kapital</b>                           |                   |                   |
| Ingående balans                                           |                   | 982 559 kr        |
| Värdeminskning fondkonto ( Köp av fondandelar: 25 000 kr) |                   | 74 874 kr         |
| Underskott i verksamhet                                   |                   | 4 359 kr          |
| <b>Eget kapital: Summa 30-04-2009</b>                     |                   | <b>903 326 kr</b> |

Linköping 5 maj 2009

Milagros Izquierdo, skattmästare

**Svenska matematikersamfundet Resultaträkning**  
**för Linda Petrés minnesfond för året 1 maj 2008 till 30 april**  
**2009**

|                                 |                  |
|---------------------------------|------------------|
| <b>Intäkter</b>                 |                  |
| Bidrag                          | 20 931 kr        |
| Räntor                          | 704 kr           |
| <b>Summa</b>                    | <b>21 635 kr</b> |
| <b>Kostnader</b>                |                  |
| <b>Summa</b>                    | <b>0 kr</b>      |
| <b>Överskott i verksamheten</b> | <b>21 635 kr</b> |

**Balansräkning**

|                             |                   |                   |
|-----------------------------|-------------------|-------------------|
| <b>Tillgångar</b>           | <b>2009-04-30</b> | <b>2008-05-01</b> |
| SEB checkkonto <sup>3</sup> | 31 635 kr         | 10 000 kr         |
| SEB fondkonto               | 269 986 kr        | 289 201 kr        |
| <b>Summa</b>                | <b>301 621 kr</b> | <b>299 201 kr</b> |

|                                 |            |
|---------------------------------|------------|
| <b>Skulder och eget kapital</b> |            |
| Ingående balans                 | 299 201 kr |
| Värdeminskning fondkonto        | 19 215 kr  |
| Överskott i verksamheten        | 21 635 kr  |

|                                       |                   |
|---------------------------------------|-------------------|
| <b>Eget kapital: Summa 30-04-2009</b> | <b>301 621 kr</b> |
|---------------------------------------|-------------------|

Linköping 5 maj 2009

Milagros Izquierdo, skattmästare av Svenska matematikersamfundet

**Svenska matematikersamfundet Resultaträkning**  
**för Matts Esséns minnesfond för året 1 maj 2008 till 30 april**  
**2009**

|                                  |                 |
|----------------------------------|-----------------|
| <b>Intäkter</b>                  |                 |
| Bidrag                           | 0 kr            |
| Ränta                            | 119 kr          |
| <b>Summa</b>                     | <b>119 kr</b>   |
| <br><b>Kostnader</b>             |                 |
| Stipendium                       | 4 000 kr        |
| Förvaltningskostnader            | 0 kr            |
| <b>Summa</b>                     | <b>4 000 kr</b> |
| <b>Underskott i verksamheten</b> | <b>3 881 kr</b> |

**Balansräkning**

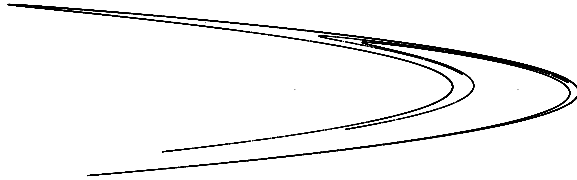
|                             |                   |                   |
|-----------------------------|-------------------|-------------------|
| <b>Tillgångar</b>           | <b>2009-04-30</b> | <b>2008-04-30</b> |
| SEB checkkonto <sup>4</sup> | 7 255 kr          | 1 136 kr          |
| SEB fondkonto               | 85 625 kr         | 101 664 kr        |
| <b>Summa</b>                | <b>92 880 kr</b>  | <b>102 800 kr</b> |

|                                                        |                      |
|--------------------------------------------------------|----------------------|
| <b>Skulder och eget kapital</b>                        |                      |
| Ingående balans                                        | 102 800 kr           |
| Värdeminskning fondkonto (Fondandelar såldes 10000 kr) | 6 039 kr             |
| Underskott i verksamhet                                | 3 881 kr             |
| <br><b>Eget kapital: Summa 30-04-2009</b>              | <br><b>92 880 kr</b> |

Linköping 5 maj 2009

Milagros Izquierdo, skattemästare av Svenska matematikersamfundet

## Titelsidans illustration



Som troligen de flesta läsare redan känner till, visar titelsidans bild iterationer av Hénon-avbildningen

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= y_n + 1 - ax_n^2 \\ y_{n+1} &= bx_n\end{aligned}$$

givet de mer eller mindre kanoniska parametervärdena  $a = 1.4$  och  $b = 0.3$  vilket ger upphov till kaotiskt uppförande och en 'strange attractor' som å ena sidan uppvisar ett 'glatt' beteende men 'ortogonalt' mot detta uppträdande som en Cantormängd.

Hénonavbildningen kan spaltas up i en ytbevarande  $(x, y) \mapsto (x, 1 + y - ax^2)$  och en i x-riktningen kontraherande  $(x, y) \mapsto (bx, y)$  och slutligen en reflektion i  $y = x$  (se sid 23)

Denna sida är blank.



## KALENDARIUM

( Till denna sida uppmanas alla, speciellt lokalombuden, att inlämna information)

### **Conference on Mathematics, its foundations and philosophy**

*Uppsala, 5-8 maj*

### **Dynamical trends in Analysis**

*KTH, 27-30 maj*

### **Ärsmötet**

*Uppsala 4-5 juni*

## Författare i detta nummer

**Petter Brändeén** Kombinatoriker vid Stockholms Universitet. Wallenbergspristagate förra året.

**Philip Davis** medförfattare till Reuben Hersh i ett antal böcker om matematik, som 'The Mathematical Experience'

**Ralf Fröberg** Algebraiker vid Stockholms Universitet.

**Lars Gårding** Den svenska matematikens nestor. Expert på von NeumannDjävulne och Gud.

**Olle Häggström** F.d. Samfundsordförande. Flitig debattör. Utgav nyligen en samling essäer om god och inte så god vetenskap.

**Claes Johnson** Engagerad numeriker. Huvudförfattare till en serie numeriska 'calculus' böcker.

**Johan Lithner** Matematiker och didaktiker från Umeå.

**Sverker Lundin** Matematisk sociolog.

**Lars Mouwitz** Filosofoch återkommande bidragare till Utskicket. Kopplad till NCM.

**Jaak Peetre** Entusiastusk skribent och flitig medarbetare i Utskicket.

**Seym Pound** Likaledes ntusiastusk skribent och flitig medarbetare i Utskicket. Dessutom perambulerande

**Marcus du Sautoy** Efterträdaren såsom Professor of Public Understanding of Science till Richard Dawkins

**An Yajun** Kinesisk utbytesstudent från Xiamen universitetet.

**Hans Wallin** Professor emeritus i Umeå. Engagerad i skolan och didaktiken.

**Lars Wern** Pensionerad patentingenjör. Har varit patentombud för Erikssonkoncernen där han ursprungligen anställdes som beräkningsingenjör. Hans matematiska och fysikaliska intresse har bland annat resulterat i en opublicerad teori om tiden.

# Innehållsförteckning

|                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------|----|
| Detta Nummer : <i>Ulf Persson</i>                                        | 1  |
| Vaktavlösning : <i>Nils Dencker</i>                                      | 4  |
| Mats Boijs forskning : <i>Ralf Fröberg</i>                               | 7  |
| Kaj Nyström tilldelas Wallenbergspriset : <i>Hans Wallin</i>             | 10 |
| Gromov - Abelpristagare 2009 : <i>Tobias Ekholm</i>                      | 15 |
| Julius Borcea : <i>Petter Brändén</i>                                    | 18 |
| Michael Benedics - 60 år : <i>Ulf Persson</i>                            | 20 |
| Chatting with Marcus du Sautoy : <i>Ulf Persson</i>                      | 24 |
| Intervju med Johan Lithner : <i>Ulf Persson</i>                          | 36 |
| Vilken Matematik för Vem och Varför? : <i>Claes Johnsson</i>             | 49 |
| Skolans matematik - en konspiratorisk överlevare : <i>Lars Mouwiz</i>    | 51 |
| Studying Mathematics in China and Sweden : <i>An Yajun</i>               | 55 |
| I Svallvågorna av en Parodi : <i>Olle Häggström</i>                      | 60 |
| Bridging the Two Cultures; Paul Valéry : <i>Philip Davis</i>             | 63 |
| Riemann - A Tale of two Tales : <i>Seym Pound</i>                        | 68 |
| Om Sanningen : <i>Lars Wern</i>                                          | 71 |
| Matematik för försigkomna; Per och Lisa på äventyr : <i>Lars Gårding</i> | 73 |
| Matematikundervisningen i Danmark : <i>Sverker Lundin</i>                | 81 |
| Lennart Sandgren Död : <i>Jaak Peetre</i>                                | 84 |

## Notiser

|                                                            |    |
|------------------------------------------------------------|----|
| ICM 2010 :                                                 | 6  |
| ML2011 : <i>Sandra di Rocco</i>                            | 14 |
| Mathematics, its foundations and philosophy : <i>Pound</i> | 47 |
| Call for papers - Normat : <i>Persson</i>                  | 54 |
| Logga för Samfundet : <i>Pavel Kurasov</i>                 | 67 |
| Logicomix :                                                | 72 |
| Program för årsmötet :                                     | 85 |
| Dynamical Trends in Analysis :                             | 86 |
| Styrelseberättelse 08/09 : <i>Dencker</i>                  | 87 |
| En Årsbok för Samfundet? : <i>Persson</i>                  | 89 |
| Samfundets Räakenskaper :                                  | 90 |
| Titelsidans illustration :                                 | 93 |